



解析ノウハウ.com



簡単・速い初期判定用解析ソフトμ-Excelで
あなたの、そのアイデアをブラッシュアップ



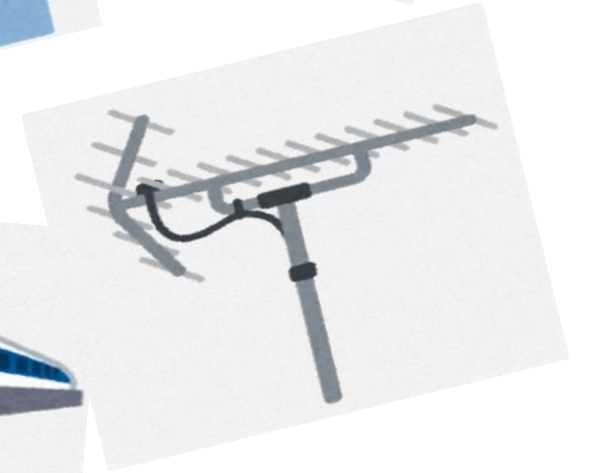
1つキーワードを入力



解析ノウハウ.comは μ-EXCELの解析ノウハウ動画サイト

電磁気シミュレーションの世界

- 電磁場の現象
- Maxwell方程式
- ベクトル演算
- 数値計算
- 有限要素法
- モータ解析
- その他の解析

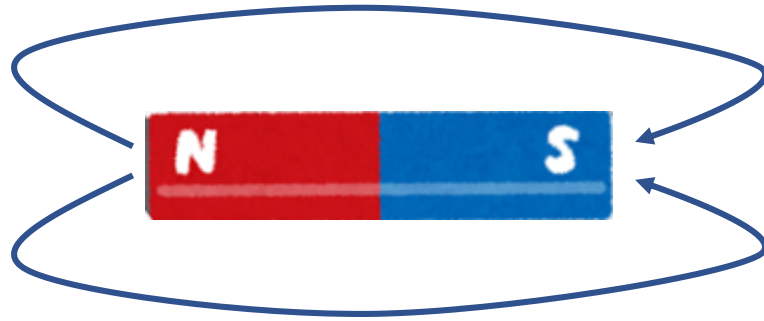


電磁気現象、Maxwell方程式、有限要素法から解析例まで、電磁気シミュレーションの世界をご紹介します、解析ノウハウ.comから抜粋しました

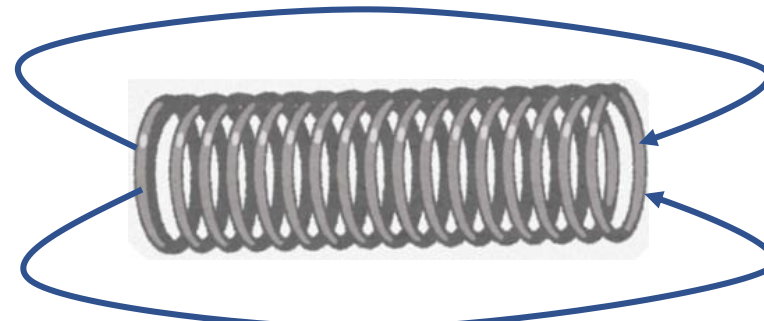
電磁場の現象

私たちの身の回りには電磁気の現象が多くあります
どんなものがあるか見て見ましょう

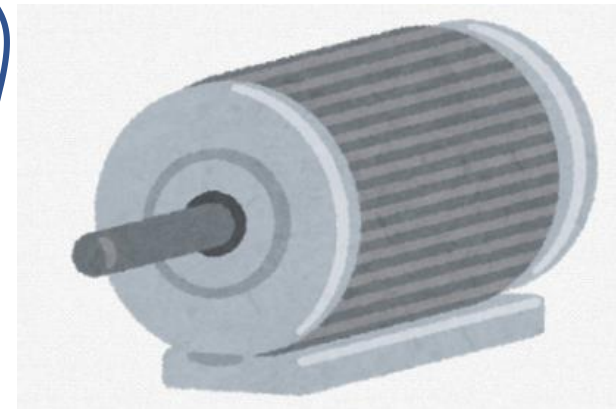
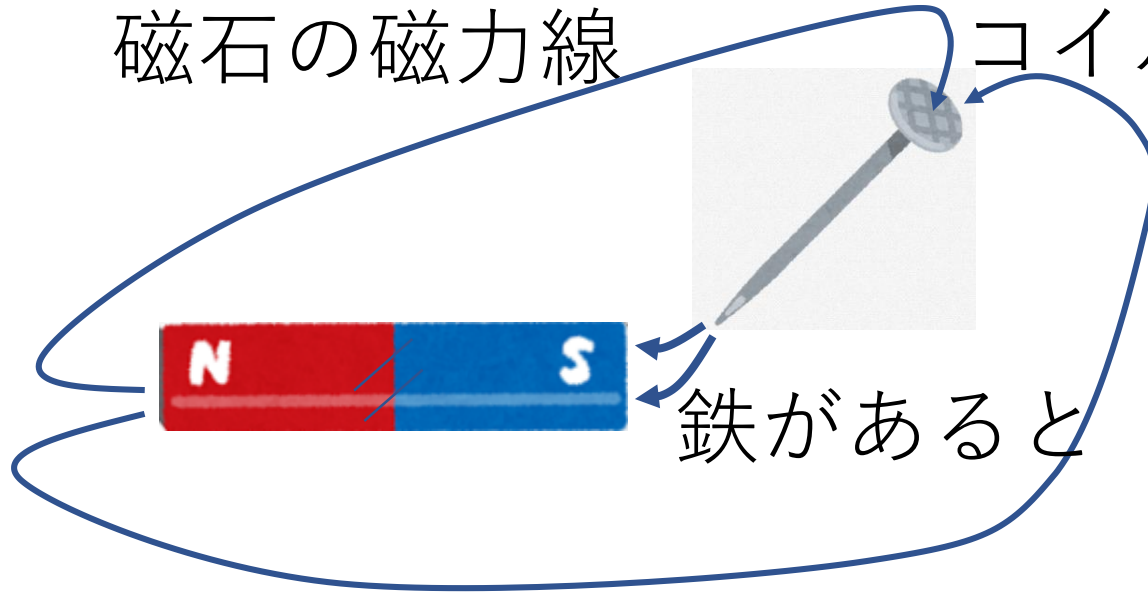
電磁場の現象 - 静磁場 -



磁石の磁力線



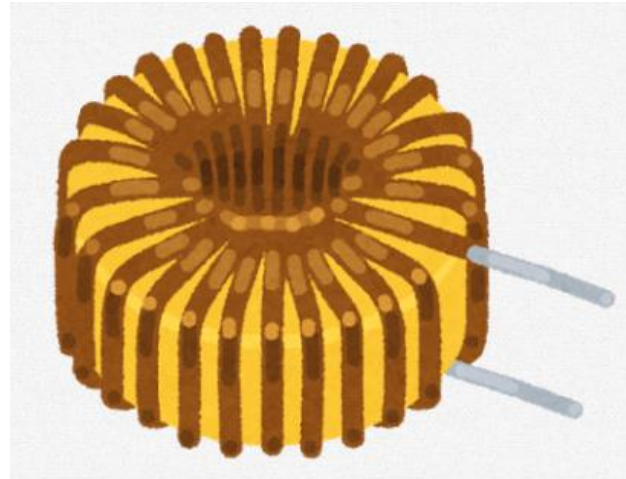
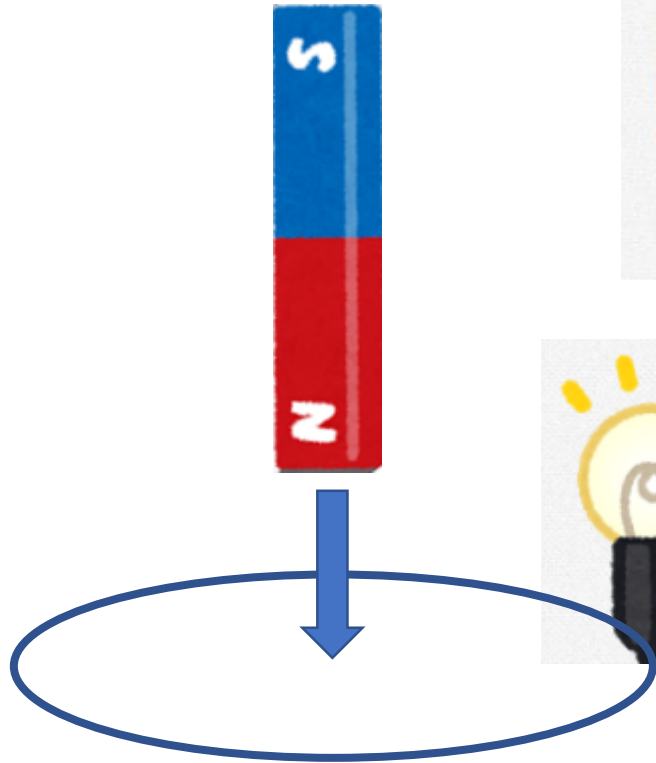
コイルの磁力線



磁石やコイルが磁場を作り、そこに鉄があるとモータなどの機械になります

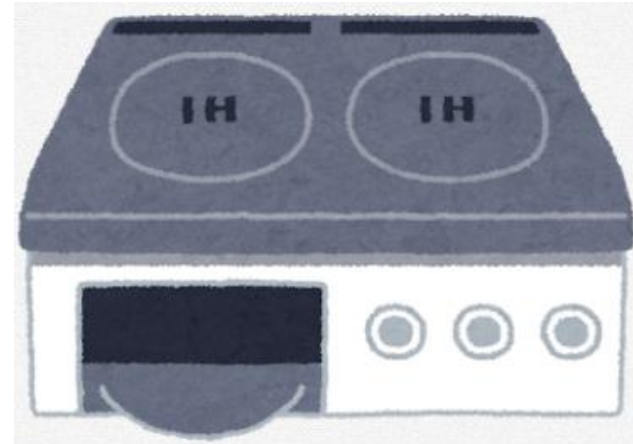
電磁場の現象　－渦電流－

磁石が近づくと



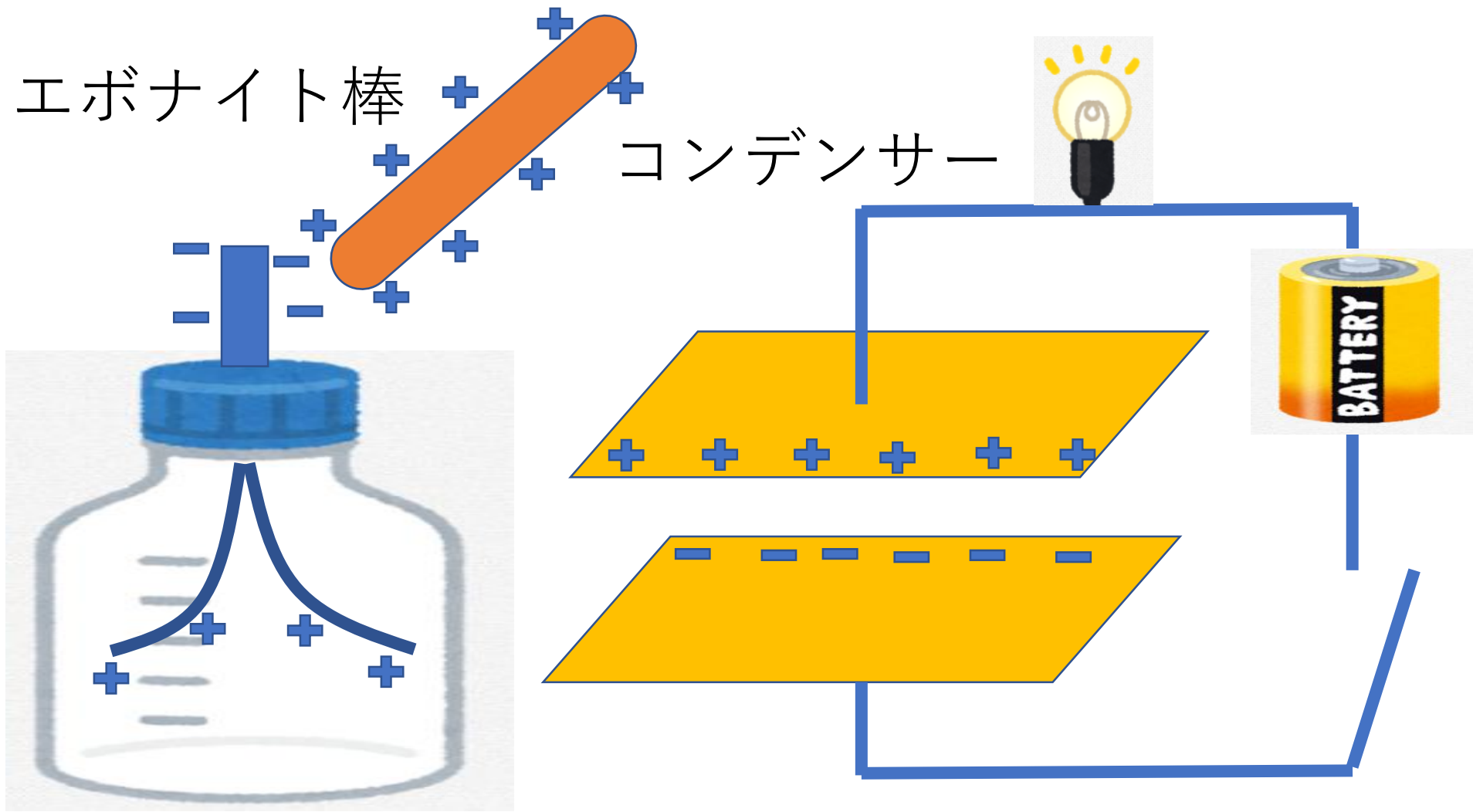
インダクタ
(電子部品)

IHクッキング



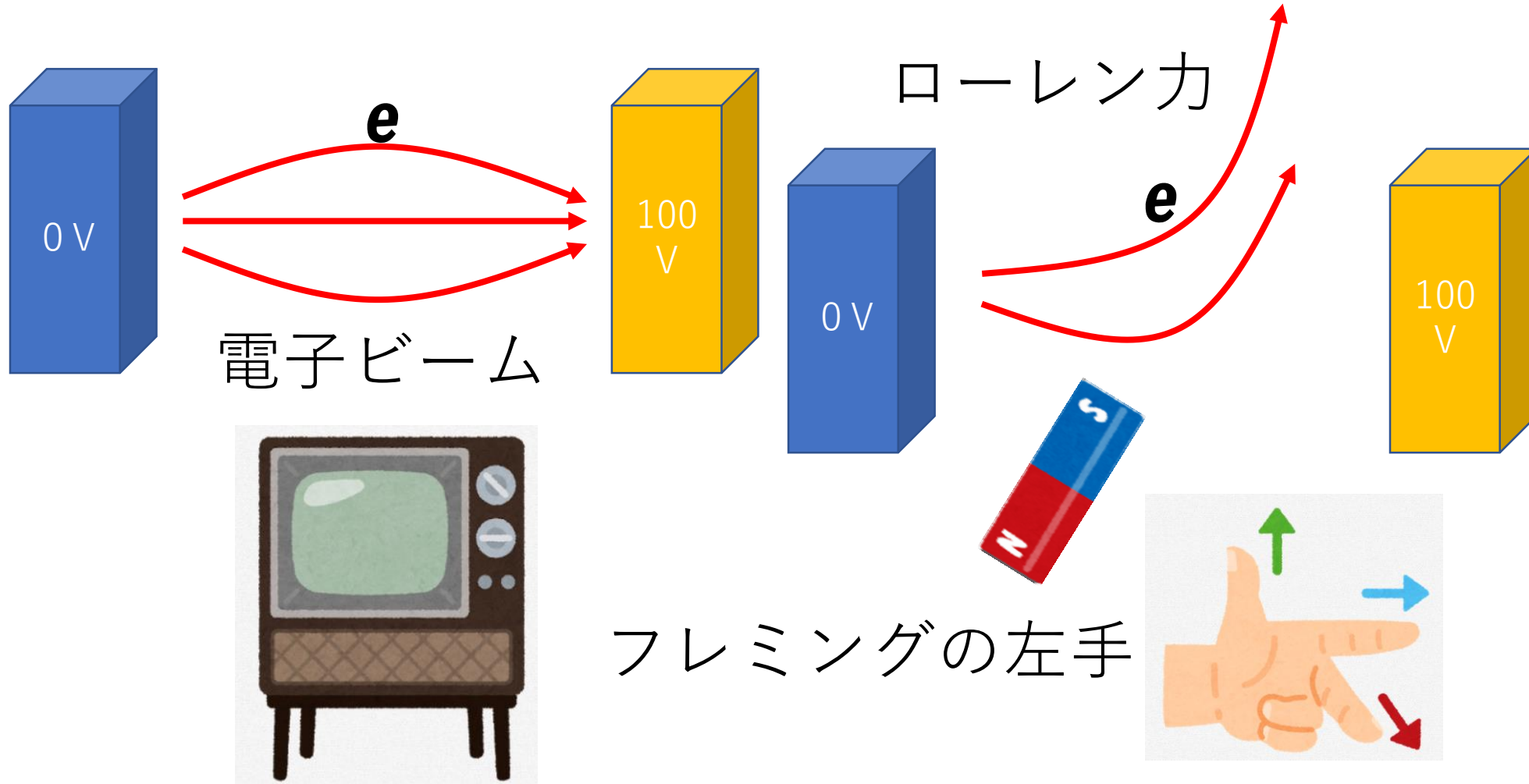
コイルに磁石が近づくと電球が光ります、この現象からIH調理器が出来ました

電磁場の現象 ー帯電ー



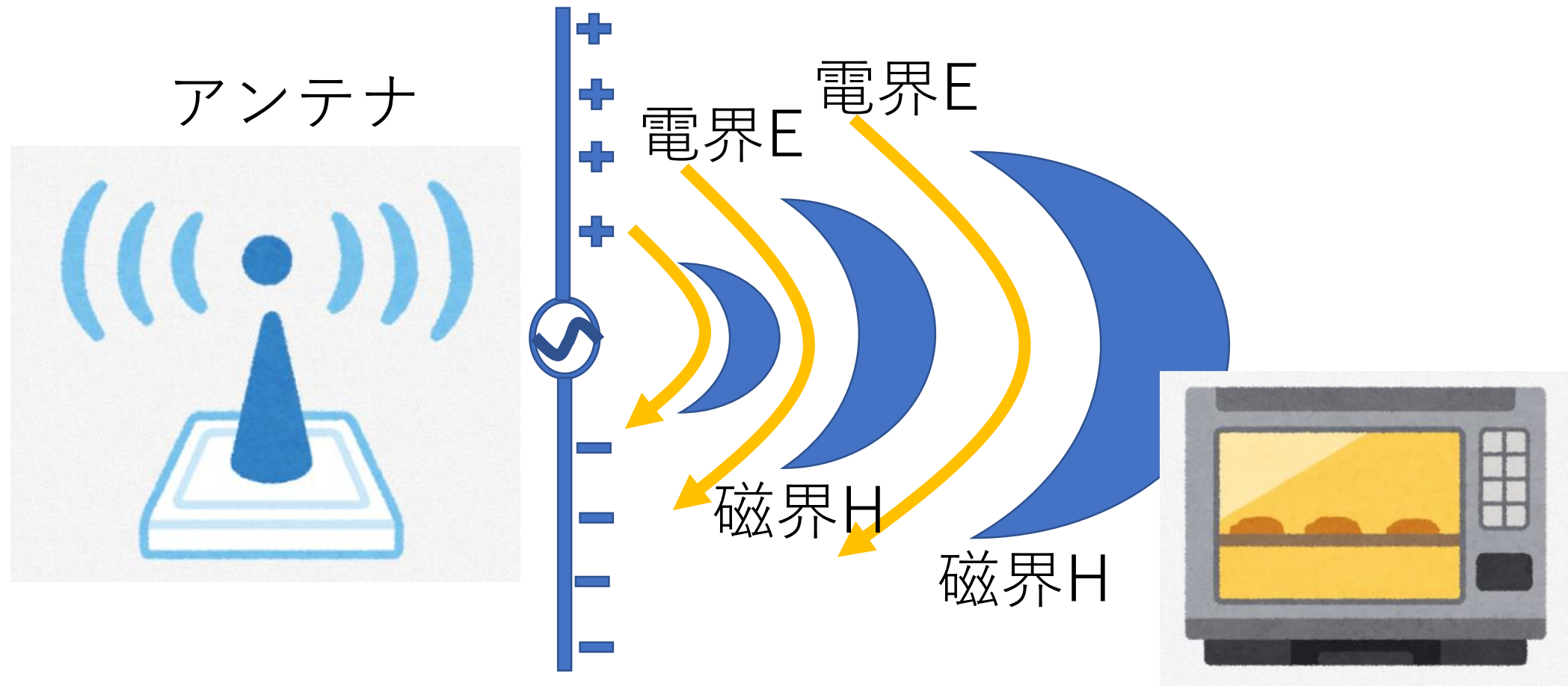
冬の乾燥した時にバチッと来るいやな奴、電気の元は電荷です

電磁場の現象 -電子ビーム-



電荷は電極に引き寄せられます、磁石があると曲がります

電磁場の現象 -電波-

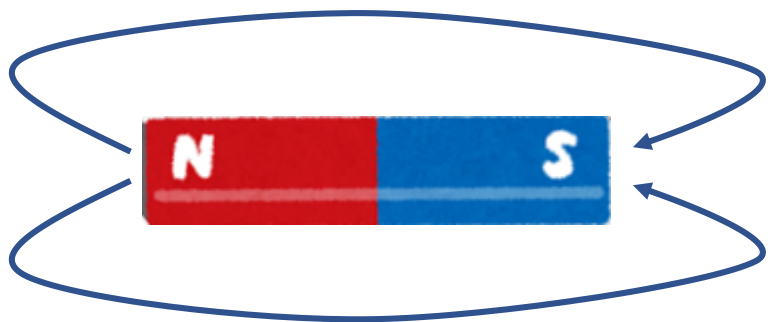


磁場と電場は強い関係で電波となって飛んでいきます、電子レンジの中にも

Maxwell方程式

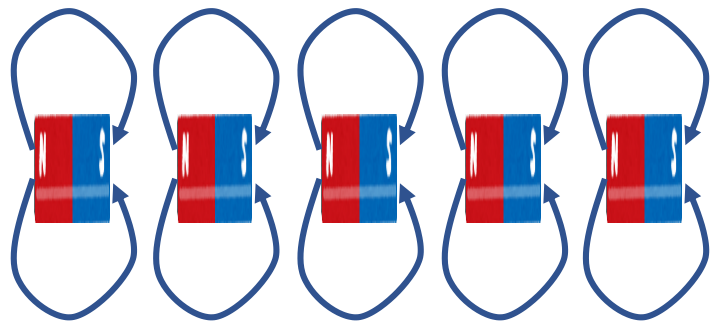
Maxwell方程式って難しそうですね、どんなものか
見て見ましょう

Maxwell方程式 $\text{div} B = 0$



ダイバージェンス $B = 0$
磁束密度の湧き出しはない

B : 磁束密度



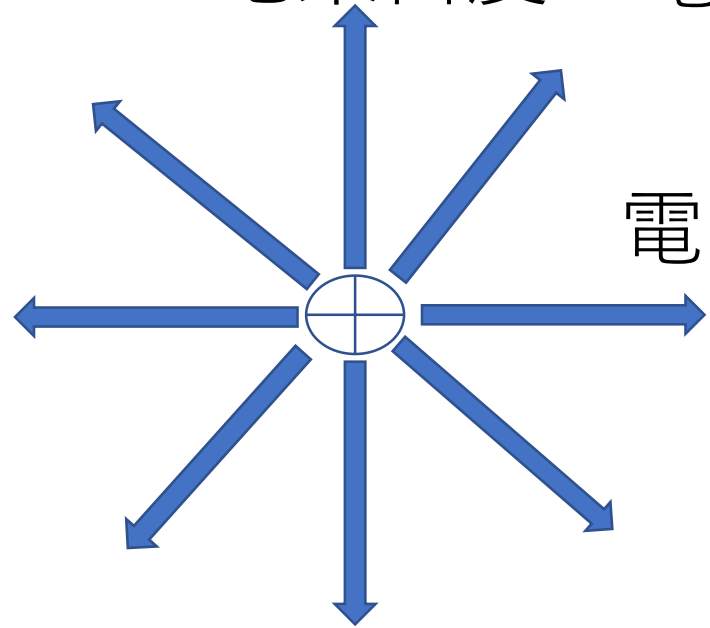
磁石は切っても切っても
細かい磁石になるだけ
いつも N と S が対になっている

ダイバージェンス？湧き出しは無い？、電場の式と比べると少しわかるかも

Maxwell方程式 $\text{div} \mathbf{D} = \rho$

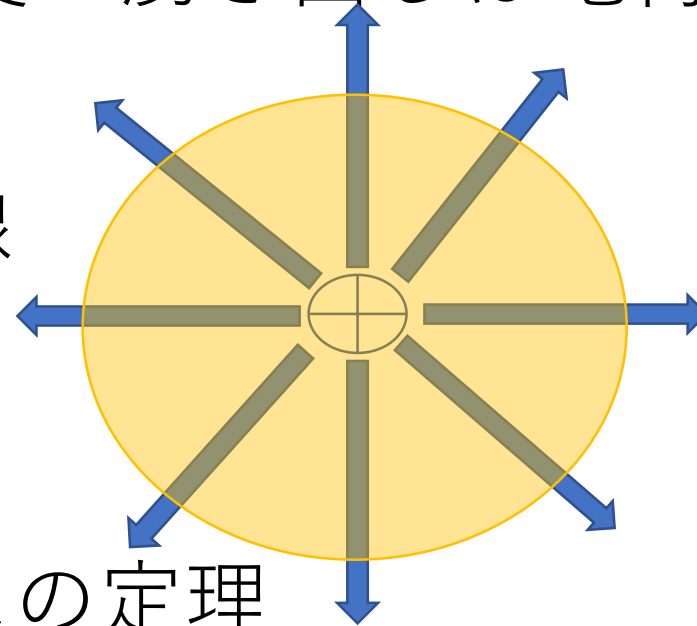
ダイバージェンス $\mathbf{D} = \rho$

\mathbf{D} : 電束密度 電束密度の湧き出しは電荷密度



ρ : 電荷密度

電気力線

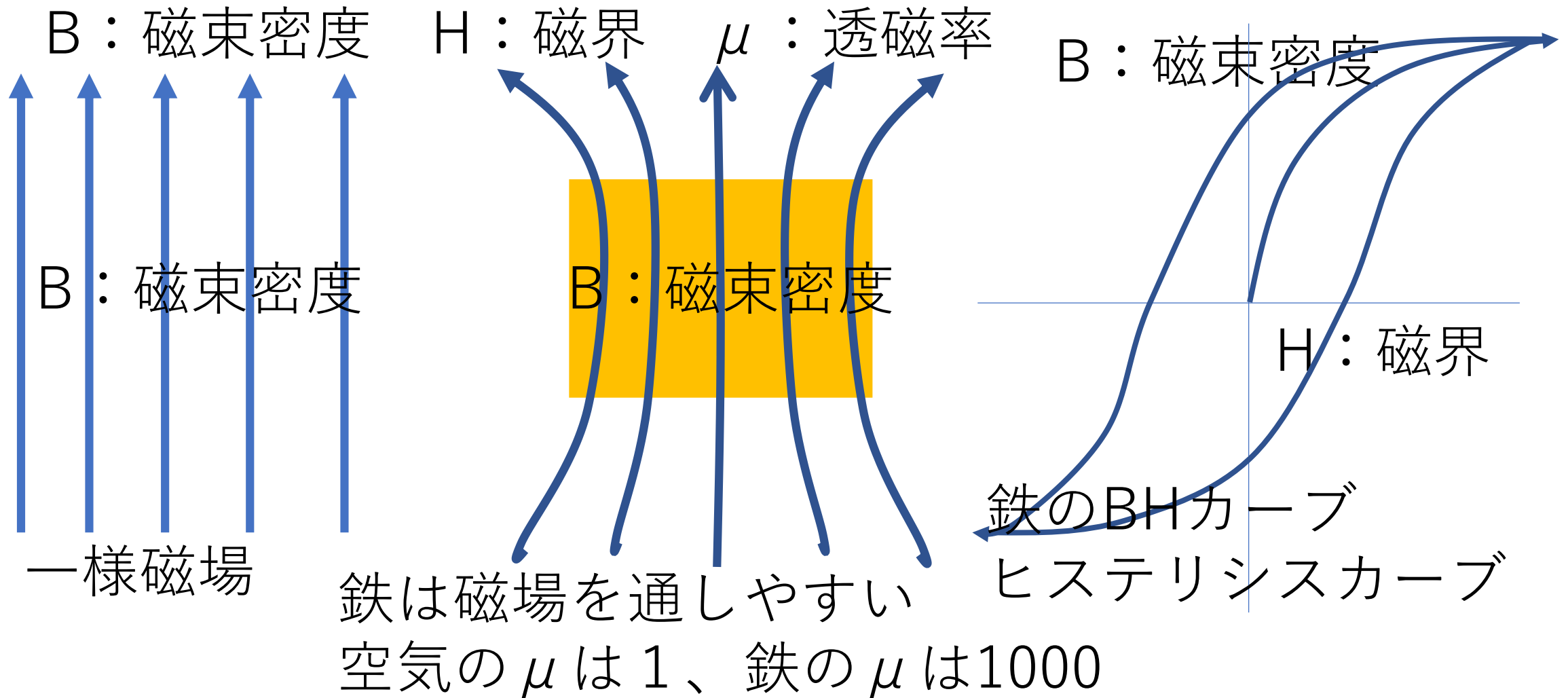


ガウスの定理

ある平曲面から出る \mathbf{D} を積分した値は、内部にある電荷量に等しい

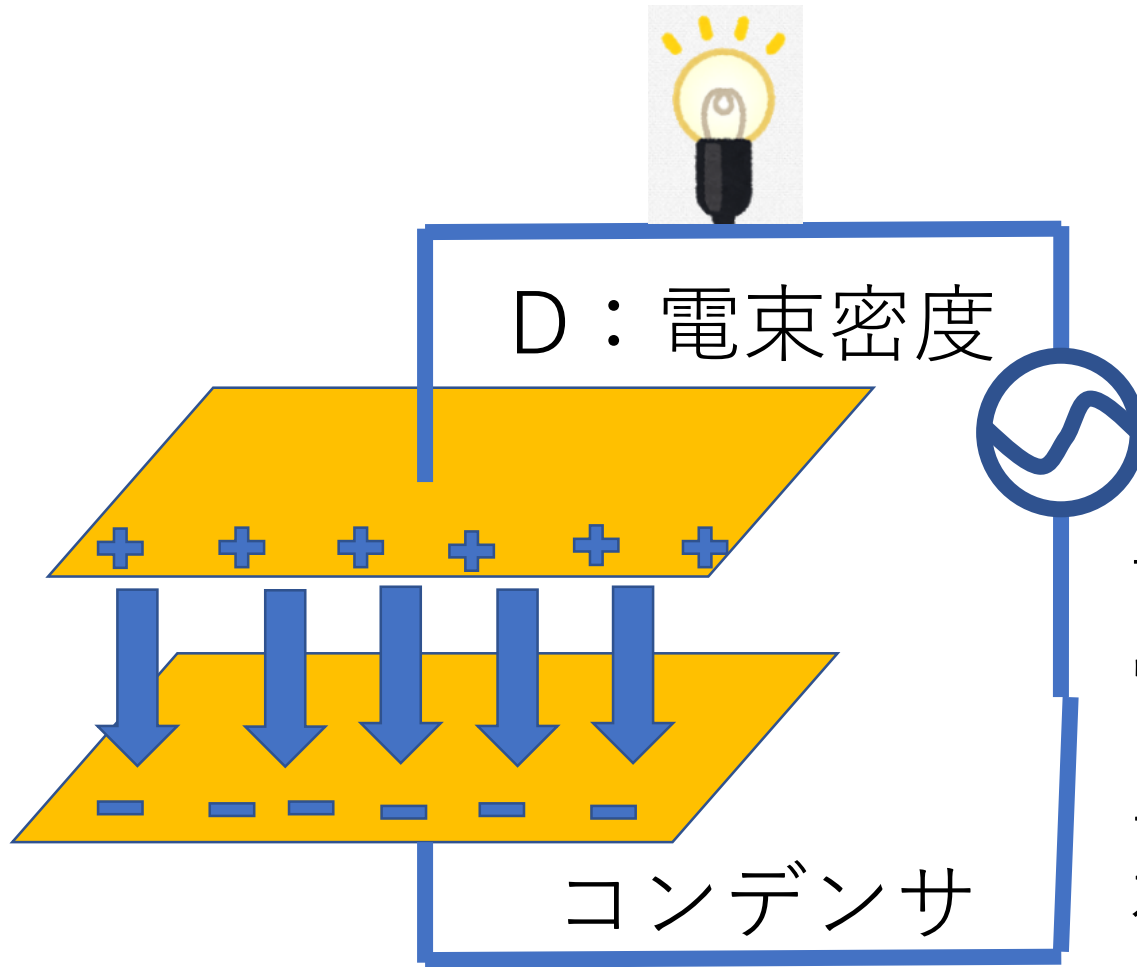
良く分かりませんが、電場の方は電荷と言う元がある見たいですね

Maxwell方程式 $B = \mu H$



鉄は空間より磁場を通しやすいってこと見たいですね

Maxwell方程式 $D = \epsilon E$



D : 電束密度

E : 電界

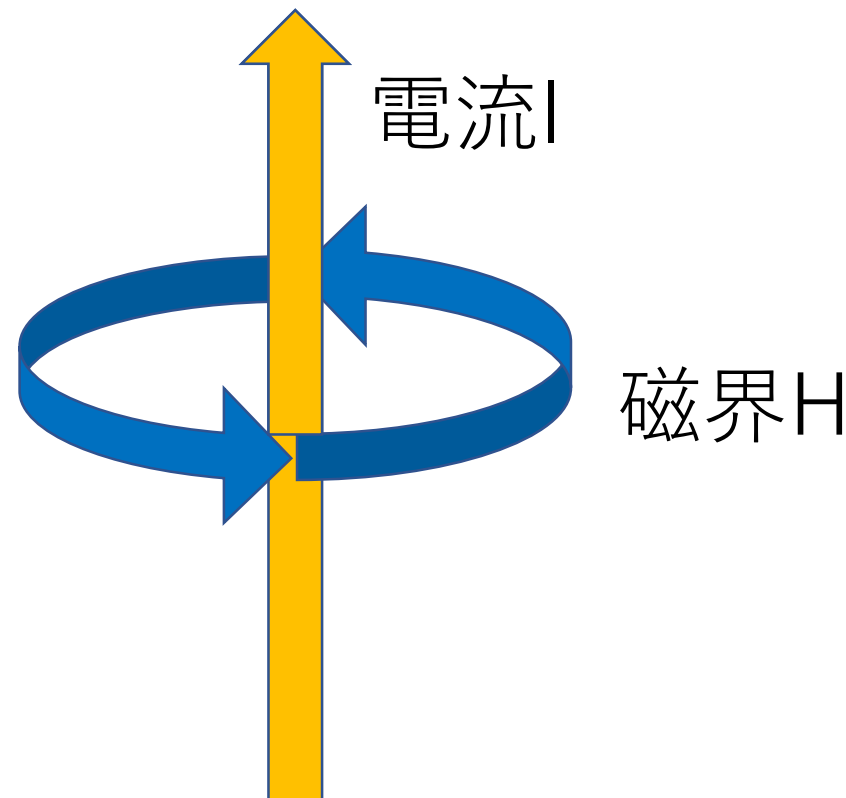
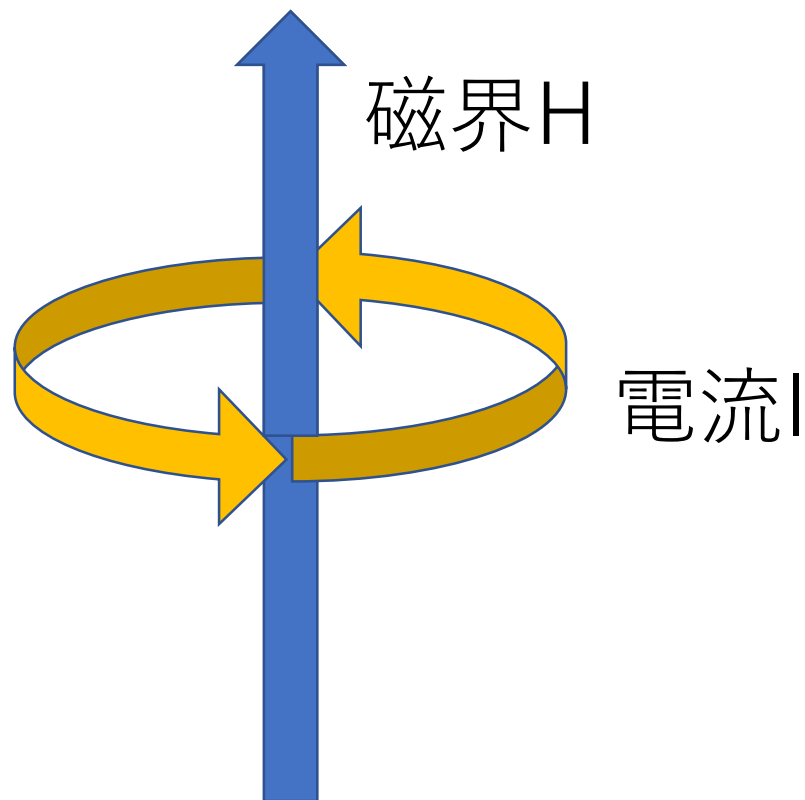
ϵ : 誘電率

誘電率の大きい誘電体は
電場を通しやすい
空気の ϵ は 1、
水の ϵ は 60

電場の方も通しやすい材質があるみたいですね、誘電体って奴ですね

Maxwell方程式 $\text{rot}H=J$

ローテーション $H=J$ 磁界 H の渦は電流密度 J である



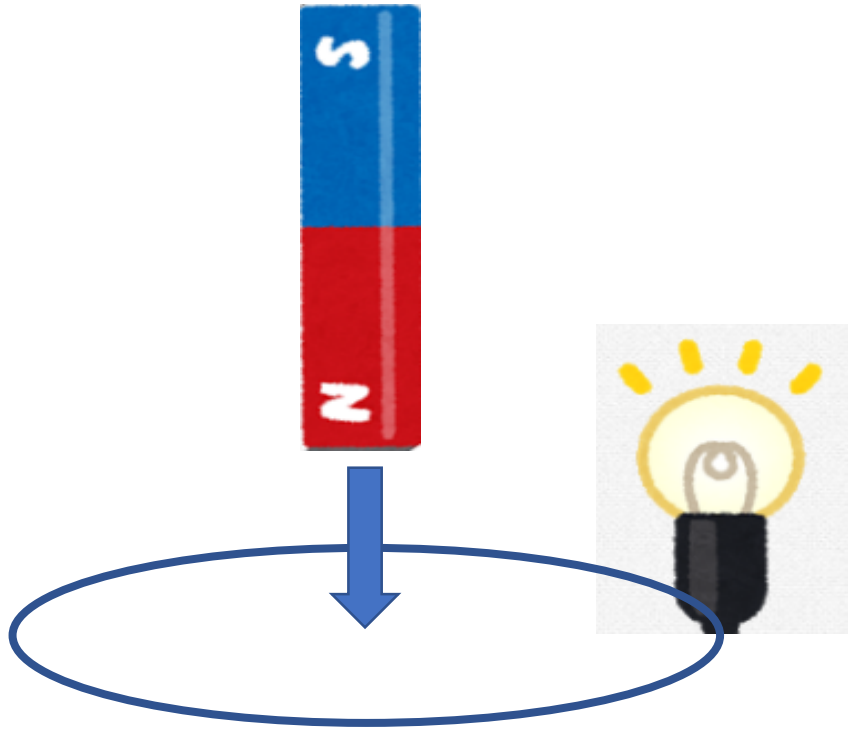
磁界 H を一周積分すると、内部を貫く電流値 I になる

今度はローテーション？とにかく電流が磁場を作り出していることは分かります

Maxwell方程式 $\text{rot}E = -dB/dt$

ローテーション $E = -dB/dt$

t は時間で、 dB/dt は磁束密度 B の時間変化



コイルに電球を接続する、磁石を近づけると、コイルを貫く磁束密度が時間変化する、するとコイルに電界 E が発生する、電界（電圧）がかかると電流が流れる、電球が光る

$$J = \sigma E$$

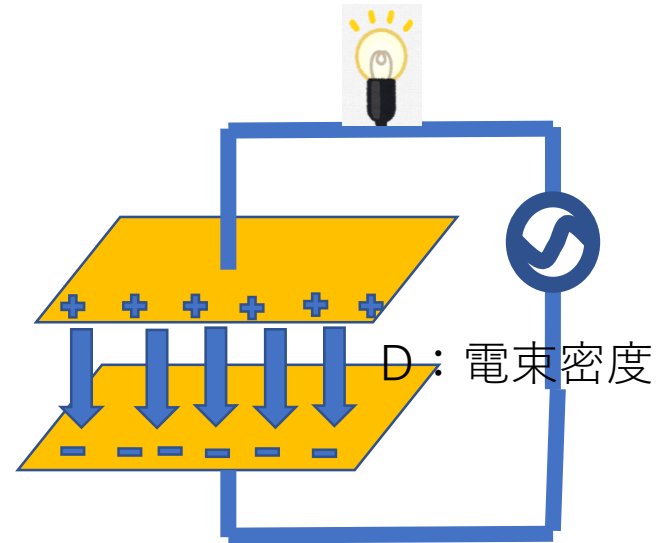
J : 電流密度 E : 電界 σ : 導電率

これも難しいですが、要は豆電球が光るのを式で表すようになるんですね

Maxwell方程式 - まとめ -

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \boldsymbol{D} &= \rho \\ \operatorname{div} \boldsymbol{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \boldsymbol{H} &= \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \boldsymbol{E} &= -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\end{aligned}$$

電束密度の時間変化も
電流の一種
これを変位電流と呼ぶ



何て美しいのだろう！！

難しいですね、でも電場と磁場の式がお互いに入れ替わっているだけ見たい

ベクトル演算

なかなか馴染めないベクトル演算ですが、少し整理してみました

ベクトル演算 grad グラディエント、勾配



高さ h を定義すると、流れは高いほうから低いほうへ向かう、
高さの変化率 = 勾配に比例する
流れ = $-dh/dL$ L は水平距離

電界 E と電位 ϕ を定義すると
 $E = -d\phi/dx = -\text{grad } \phi$

$$\text{grad } f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$$

のことを勾配ベクトルと言います。

スカラからベクトルになります

ベクトル演算苦手です、まずは勾配ですね

ベクトル演算 divダイバージェンス、湧き出し



お湯足し操作をすると、お湯があふれる、あふれる量は、お湯足し量と同じ、中に湧き出す元がある

$\text{div} B = 0$ 湧き出しがない

$\text{div} D = \rho$ 湧き出しの元は電荷

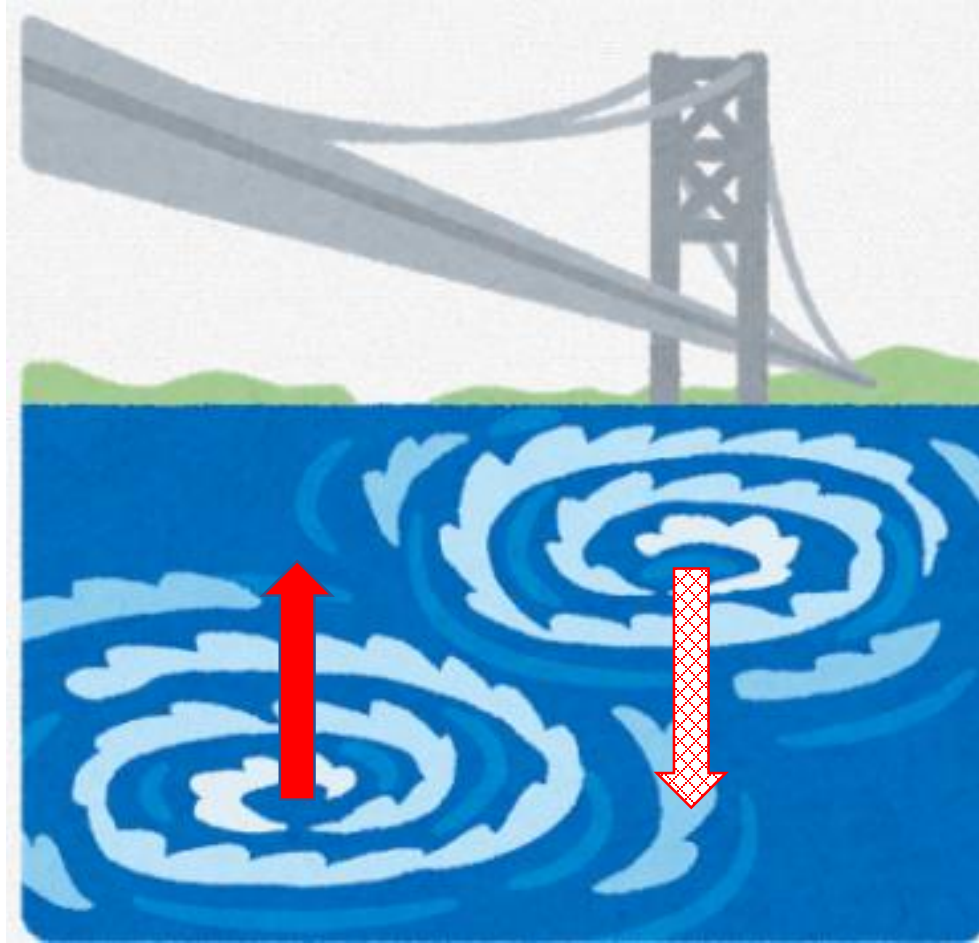
$$\text{div } V = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

のことを、**発散**と言います。

ベクトルからスカラになります

出た！湧き出しダイバージェンス！Maxwell方程式に出てました

ベクトル演算 rot ローテーション、渦



渦の向きや大きさをどうやって定義するか、渦の中心の回転軸に沿った量で表します

右ネジの進む方向が正

$\text{rot} H = J$ 磁界の渦は貫く電流値

$\text{rot } V$

$$= \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z}, \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x}, \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)$$

のことを、**回転**と言います。

ベクトルからベクトルになります

あっ凄い！渦の大きさや回転方向という特徴を一つのベクトル量で表現出来る

ベクトル演算 ∇ ナブラ 関数を微分する演算子

∇ に対応するベクトル $\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$

$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$ スカラ量 f にかけると grad 勾配ベクトルに

$\nabla \cdot V = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$ ベクトル量 V との内積をとると div 湧き出しスカラに

$\nabla \times V = \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z}, \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x}, \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)$ ベクトル量 V との外積をとると rot 渦ベクトルになる

$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ おまけ ラプラシアン Δ 、スカラ量 f の2回微分を取って足し合わせる、
※ポアソン方程式、ラプラス方程式

さっきからスカラからベクトルにとかありますが、ベクトル演算ってそういう事か

ベクトル演算 Maxwell方程式

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\end{aligned}$$

微分表示

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

∇ 表示

$$\int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q$$

$$\int_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

$$\int_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \mathbf{i} \cdot d\mathbf{S} + \frac{\partial}{\partial t} \int \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$$

積分表示

やはりベクトル演算が絡んでるのでMaxwell方程式はとっつきにくいんですね

ベクトル演算 ベクトル解析の公式

微分公式 [編集]

ここで \mathbf{A} , \mathbf{B} は任意のベクトル場, f は任意のスカラー場である。[3]

$$\nabla \cdot (f\mathbf{A}) = \nabla f \cdot \mathbf{A} + f\nabla \cdot \mathbf{A}$$

$$\nabla(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{A} + (\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{B} + \mathbf{A} \times (\nabla \times \mathbf{B}) + \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{A})$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$$

$$\nabla \times (f\mathbf{A}) = \nabla f \times \mathbf{A} + f\nabla \times \mathbf{A}$$

$$\nabla \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{A} - (\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{B} + \mathbf{A}(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \mathbf{B}(\nabla \cdot \mathbf{A})$$

$$\nabla \times \nabla f = 0$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

ヘルムホルツ分解[3]

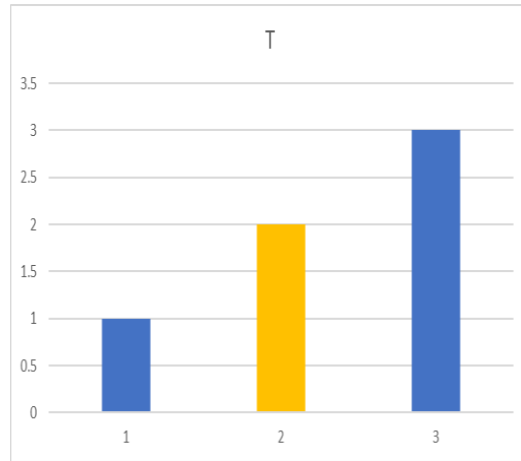
$$\mathbf{B} = \nabla f + \nabla \times \mathbf{A}$$

この公式使って色々式を展開して行くんでしょう？理解してる人凄い！

数値計算

基礎方程式と言うのを決めて、差分法とか色々な方法で解くのが数値計算です

数値計算　－平均化－

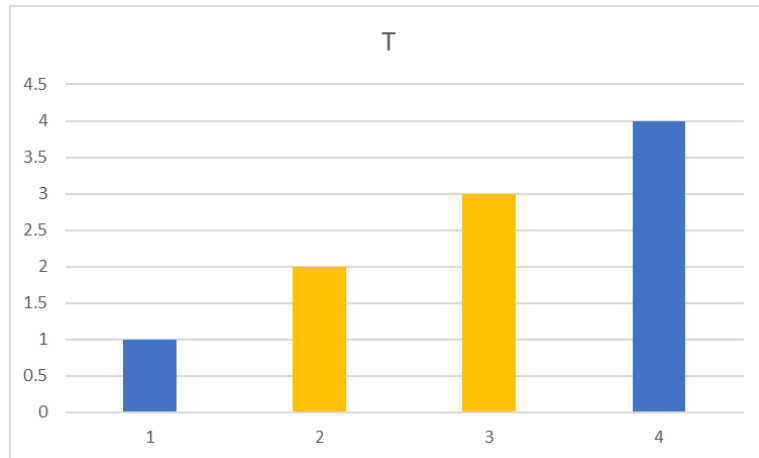


1と3の値を使って2を求めます

$$T2 = (T1 + T3) / 2$$

$$T1 = 1$$

$$T3 = 3 \quad \therefore T2 = 2$$



1と4から2と3を求めます

$$T2 = (T1 + T3) / 2$$

$$T3 = (T4 + T2) / 2$$

$$T1 = 1$$

$$T4 = 4 \quad \therefore T2 = 2 \quad T3 = 3$$

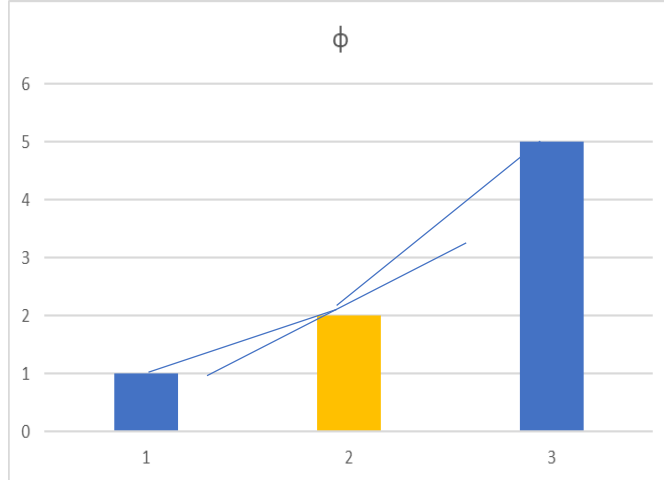
数値計算のお話が始まるんですね、まずは平均化と言うやり方思いつきますね

数値計算 — 基礎方程式 —

$$\text{div} D = \nabla \cdot D = \rho$$

$$D = \varepsilon E = -\varepsilon \text{grad } \phi$$

ϕ : ポテンシャル (電位) ポテンシャルというスカラー量
 $\therefore \text{div} \cdot \text{grad } \phi = -\rho / \varepsilon$ で表すところがポイント



$$E = d(\phi_3 - \phi_2) / dx$$

$$d/dx \cdot (d(\phi_3 - \phi_2) / dx - d(\phi_2 - \phi_1) / dx)$$

$$= (\phi_3 + \phi_1 - 2\phi_2) / \Delta x = 0$$

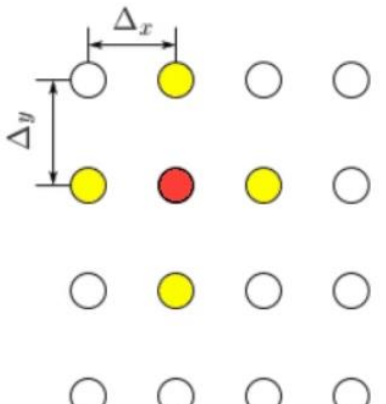
$$\therefore \phi_2 = (\phi_3 + \phi_1) / 2$$

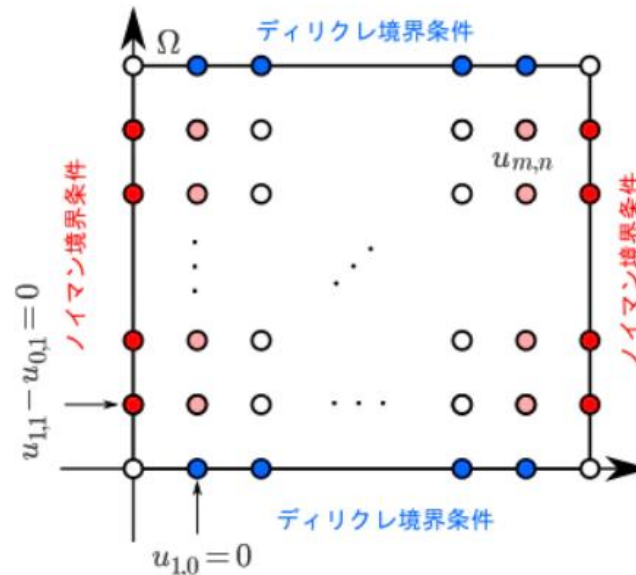
あっMaxwell方程式ですね、具体的に式を見ると平均化に似ていますね

数値計算－差分法－

参照)<https://qiita.com/atily17/items/b4e0976867e81a181709>

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f$$

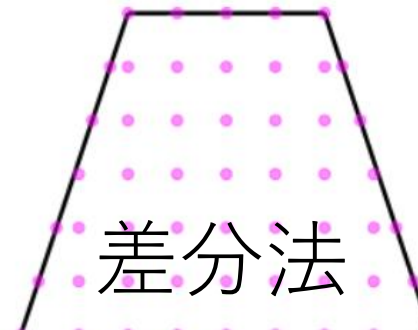

$$\frac{u_{0,1} - 2u_{1,1} + u_{2,1}}{\Delta_x^2} + \frac{u_{1,0} - 2u_{1,1} + u_{1,2}}{\Delta_y^2} = f_{1,1}$$
$$\frac{u_{1,1} - 2u_{2,1} + u_{3,1}}{\Delta_x^2} + \frac{u_{2,0} - 2u_{2,1} + u_{2,2}}{\Delta_y^2} = f_{2,1}$$
$$\frac{u_{0,2} - 2u_{1,2} + u_{2,2}}{\Delta_x^2} + \frac{u_{1,1} - 2u_{1,2} + u_{1,3}}{\Delta_y^2} = f_{1,2}$$
$$\frac{u_{1,2} - 2u_{2,2} + u_{3,2}}{\Delta_x^2} + \frac{u_{2,1} - 2u_{2,2} + u_{2,3}}{\Delta_y^2} = f_{1,2}$$



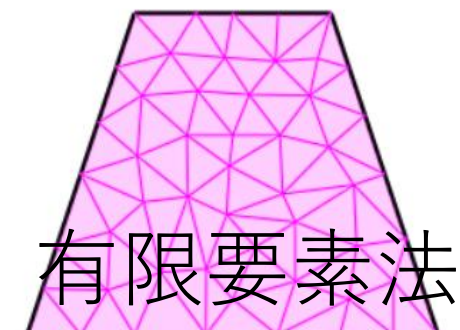
境界条件が必要
ディレクレ条件
ノイマン条件

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

連立方程式の行列表記
※対角項付近以外は係数が0 (スパースな係数行列)



差分法



有限要素法

平均化と同じで、外周部の値を決めないと解けないのですね、それが境界条件

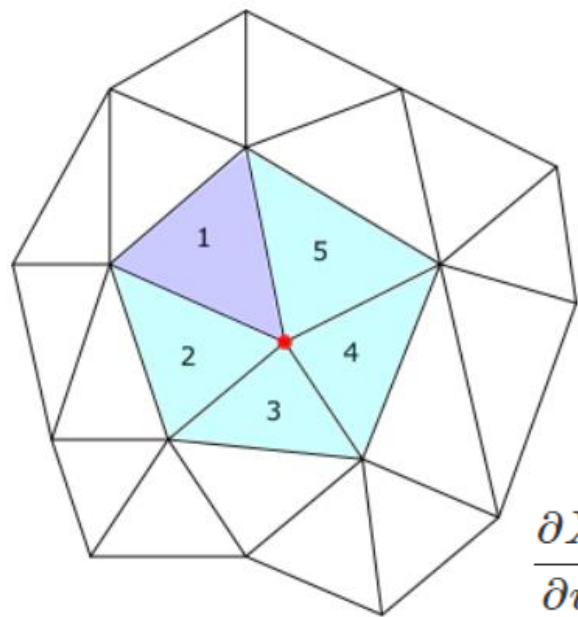
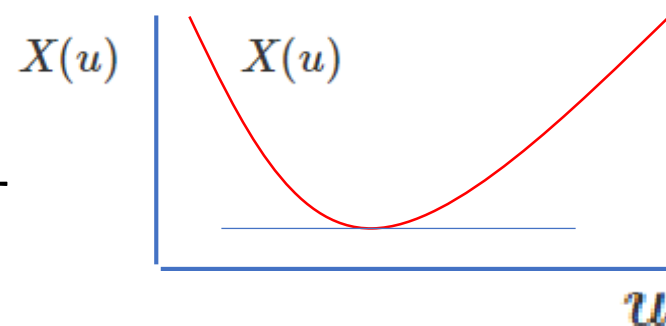
有限要素法

有限要素法は複雑ですが、教科書で学習する際のポイントを押さえました

有限要素法 - 偏微分 -

参照) <https://qiita.com/atily17/items/fa8abcc4d778c16fa11a>

節点値 u を使って全体のエネルギーを表す関数 χ を作り、エネルギーが最小になる u の分布を探す



関数を微分するのが偏微分
※微分値が0になるところを
求めるのが偏微分方程式

$$\frac{\partial \chi}{\partial u_i} = 0$$

$$\frac{\partial X_1}{\partial u_1} + \frac{\partial X_2}{\partial u_1} + \frac{\partial X_3}{\partial u_1} + \frac{\partial X_4}{\partial u_1} + \frac{\partial X_5}{\partial u_1} = 0$$

節点数分の偏微分方程式の出来上がり

いよいよ有限要素法の話ですね、まず偏微分方程式と言うのがあ

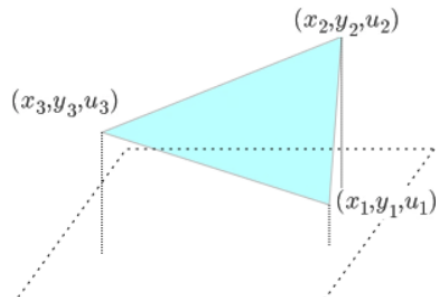
有限要素法 — 形状関数 —

線形の形状関数

参照) <https://qiita.com/atily17/items/fa8abcc4d778c16fa11a>

$$u = \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3$$

三角形の頂点座標を使って頂点値 u を表す



$$u_1 = x_1 \alpha_1 + y_1 \alpha_2 + \alpha_3$$

$$u_2 = x_2 \alpha_1 + y_2 \alpha_2 + \alpha_3$$

$$u_3 = x_3 \alpha_1 + y_3 \alpha_2 + \alpha_3$$

行列で表す

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}$$

逆行列を使って係数 α を求める

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

形状関数 N を使って関数 χ が表せる

$$X(u) = \iint \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} (N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3) \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial y} (N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3) \right)^2 dx dy$$

次に形状関数ですね、これがポイントのような気がします

有限要素法　－ ガラーキン法 －

参照)<https://qiita.com/atily17/items/fa8abcc4d778c16fa11a>

$Lu = f$ 　　偏微分方程式を作る

$Lu - f = \epsilon$ 　　何らかの u を設定して、誤差関数 ϵ を 0 に近づけたい

何らかの重み関数 ψ を用意して

$$\iint (Lu - f) \psi_j \, dx dy = 0$$

これで左辺は関数の積分値になり、ただの定数になる
 ψ を一次関数（形状関数）と仮定する方法をガラーキン法と呼ぶ

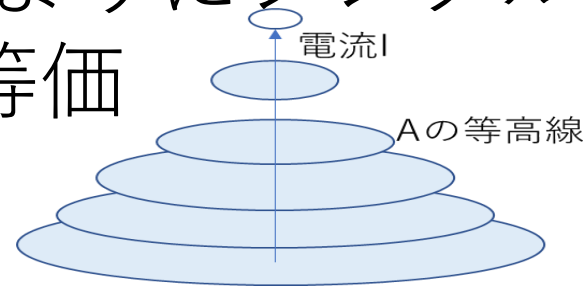


ここ山場ですね！理解が難しいので、そういうものだとして進みます

有限要素法 – ベクトルポテンシャルA –

$\text{div} B = 0$ が成り立つとき、ベクトル公式 $\text{div} \cdot \text{rot} A = 0$ よりベクトルポテンシャルAが定義でき、 $B = \text{rot} A$ と表せる

- Aは電流の向きに等しい（空間では）
- 電場解析では、電位 ϕ （スカラポテンシャル）を使い
- 磁場解析では、Aを使って解く
- 特に2次元解析ではA z のみで
- スカラポテンシャルのようにシンプル
- Aの等高線は磁力線と等価
- 2点のAの差は、磁束量



$$B = \text{rot} A = \begin{bmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{bmatrix}$$

磁場解析ではベクトルポテンシャルAと言う量を未知数としてで解くのですね

有限要素法 — 基礎方程式 —

静磁場基礎方程式

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}_0$$

$$\text{rot}(\nu \text{ rot } \mathbf{A}) = \mathbf{J}_0$$

$$\{\text{rot}(\nu \text{ rot } \mathbf{A})\}_z = \frac{\partial}{\partial x}(\nu \text{ rot } \mathbf{A})_y - \frac{\partial}{\partial y}(\nu \text{ rot } \mathbf{A})_x = J_{0z}$$

$$\{\text{rot}(\nu \text{ rot } \mathbf{A})\}_z = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \nu_y \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \nu_x \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right\} = J_{0z}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_y \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_x \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J_0 \quad \text{※2次元の場合}$$



渦電流基礎方程式

$$\text{rot}(\nu \text{ rot } \mathbf{A}) = \mathbf{J}_0 - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \text{ grad } \phi$$

$$\text{div } \mathbf{J}_e = \text{div} \left\{ -\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad } \phi \right) \right\} = 0$$

解くべき基礎方程式はこれなんですね、教科書も見てください

有限要素法 — 連立方程式 —



ガラーキン法の適用
$$G_i = \iint_S N_i \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(v_y \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_x \frac{\partial A}{\partial y} \right) + J_0 \right\} dxdy = 0$$

形状関数
$$A = \frac{1}{2\Delta} \begin{Bmatrix} 1 & x & y \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} \quad A = \sum_{i=1}^3 N_i(x, y) A_i$$

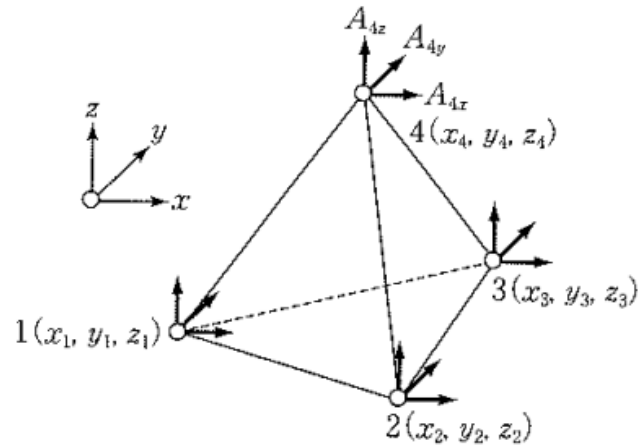
部分積分
$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(N_i v_y \frac{\partial A}{\partial x} \right) &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(v_y \frac{\partial A}{\partial x} \right) + N_i \frac{\partial}{\partial x} \left(v_y \frac{\partial A}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(N_i v_x \frac{\partial A}{\partial y} \right) &= \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(v_x \frac{\partial A}{\partial y} \right) + N_i \frac{\partial}{\partial y} \left(v_x \frac{\partial A}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad G_i = \iint_S \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(N_i v_y \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_i v_x \frac{\partial A}{\partial y} \right) \right\} dxdy - \iint_S \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(v_y \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(v_x \frac{\partial A}{\partial y} \right) \right\} dxdy + \iint_S J_0 N_i dxdy$$

グリーン
の定理
$$\iint_C \left(\frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \right) dxdy = \int_C (gdy - fdx) \quad \Rightarrow \quad G_i = \iint_S \sum_{j=1}^3 \left\{ v_y \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + v_x \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right\} A dxdy - \iint_S J_0 N_i dxdy$$

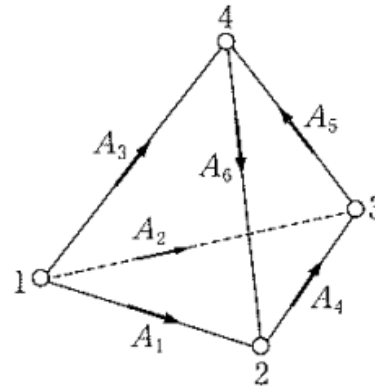
全体係数
マトリックス
$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{Bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} H_{11} & \cdots & H_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ H_{n1} & \cdots & H_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_1^* \\ \vdots \\ K_n^* \end{Bmatrix}$$

一気に式の展開が来ましたが、教科書に詳しく解り易く書いてありました

有限要素法 — 辺要素 —



(a) 節点要素



(b) 辺要素

$$\mathbf{A} = \sum_{k=1}^6 \mathbf{N}_k \mathbf{A}_k$$

$$\mathbf{N}_t = N_{11} \text{grad } N_{12} - N_{12} \text{grad } N_{11}$$

辺要素の形状関数

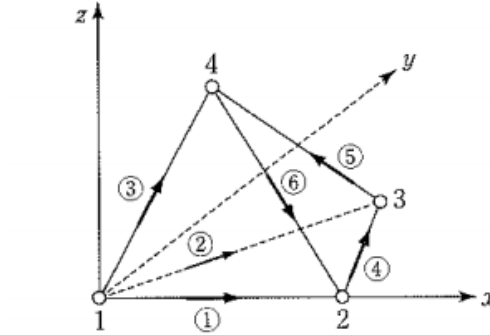
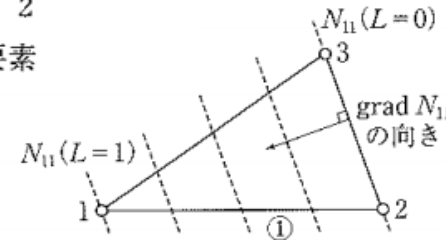
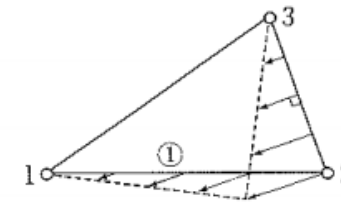


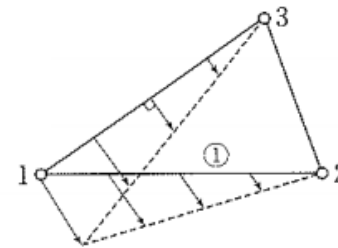
図 3.3 辺 1 が x 軸に一致している四面体要素



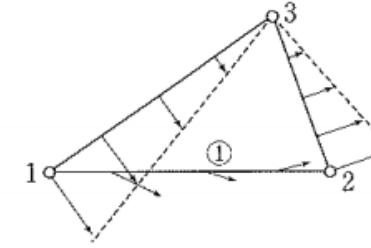
(a) N_{11} の等高線



(b) $N_{12} \text{grad } N_{11}$



(c) $N_{11} \text{grad } N_{12}$



(c) $\mathbf{N}_t = N_{11} \text{grad } N_{12} - N_{12} \text{grad } N_{11}$



3次元解析では辺要素と言うのを使うのですね

有限要素法 – ICCG法 –

マトリックスは反復法で解く

不完全コレスキー分解付共役勾配法(Incomplete Cholesky Conjugate Gradient method : ICCG法)

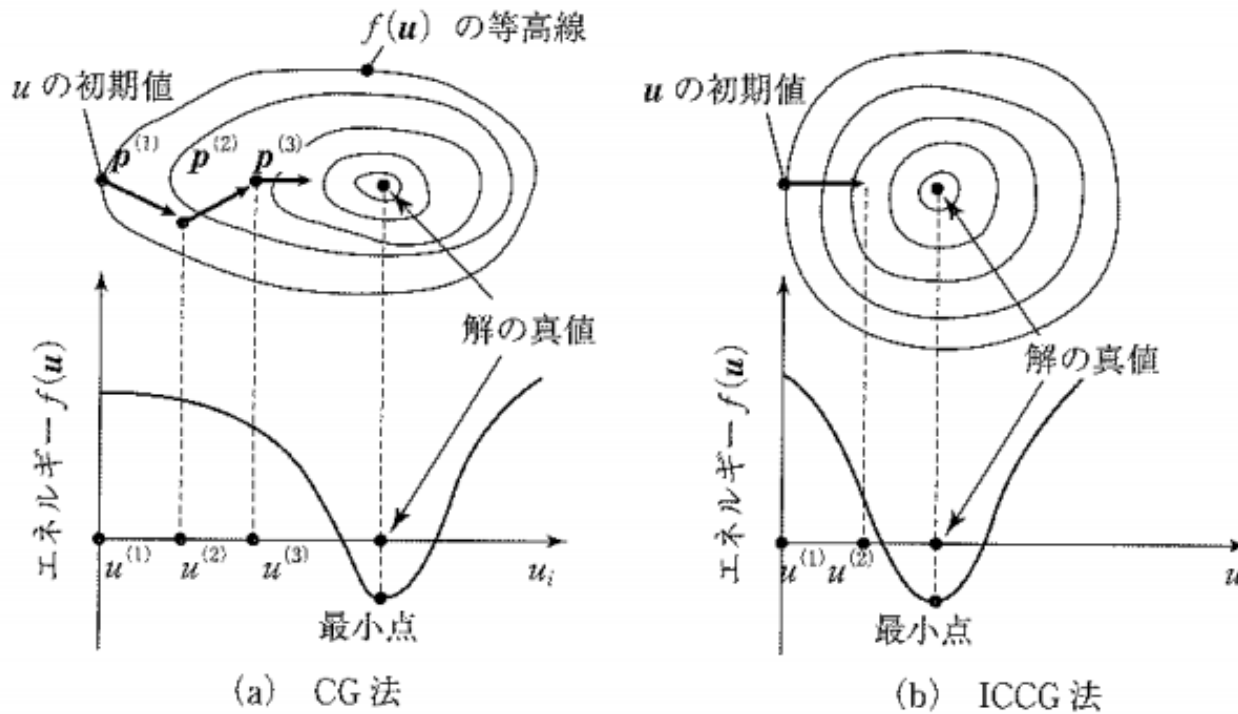
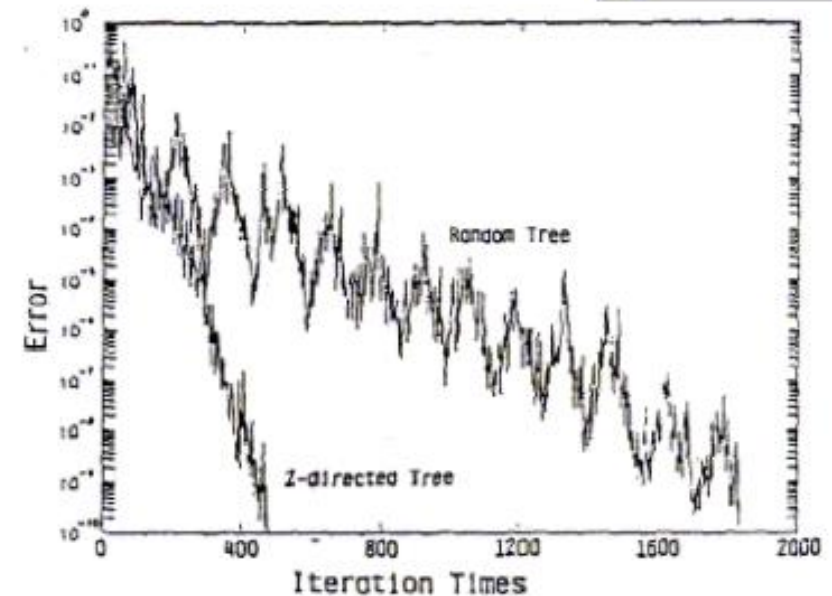


図 3.7 反復法での解の探索

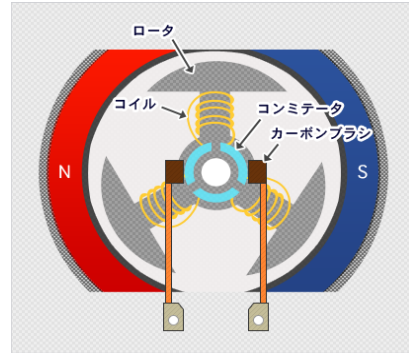


大規模の問題もこうやって解けるようになったんですね

モータ解析

ミュートックでは今後モータ解析を充実させていく
予定です

モータ解析 -各種モータ-



参照) <https://ednjournal.com/edn/series/1859/>

<https://www.nidec.com/jp/technology/motor/basic/>



モーターの種類

DC モーター

ブラシ付きモーター (DC Motor)

ブラシレスモーター (BLDC)

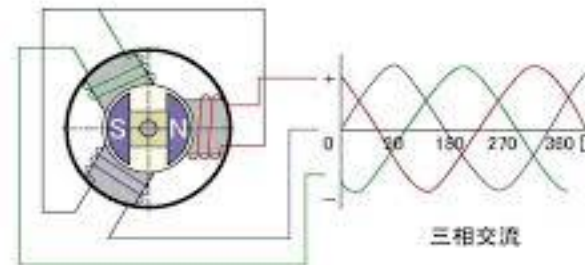
ステッピングモーター (STP)

AC モーター

誘導モーター (IM)

同期モーター (PM)

●三相交流誘導モーターの基本原理解



● 複数のコイルに120° ずつずれた三相交流電圧を入力することで回転磁界が生じ、回転力が得られる。

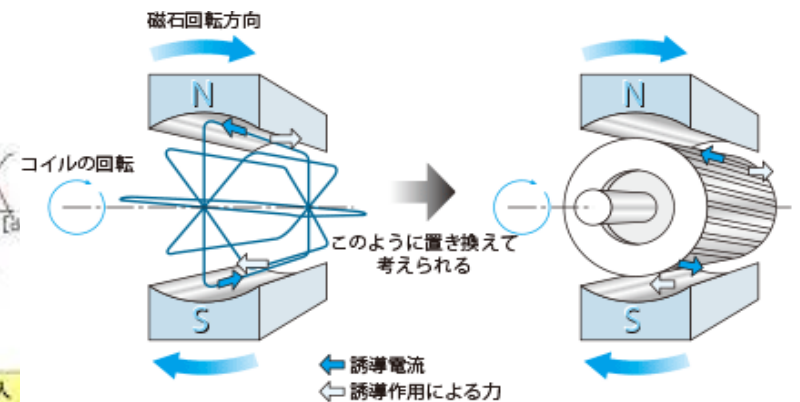


図1 モーターの主な種類 (駆動方式別)

今後EVやドローンとモータ開発は盛んになると思います

モータ解析 –DCブラシレスモータ–

参照) <https://ednJapan.com/edn/series/1859/>
<https://www.nidec.com/jp/technology/motor/basic/>

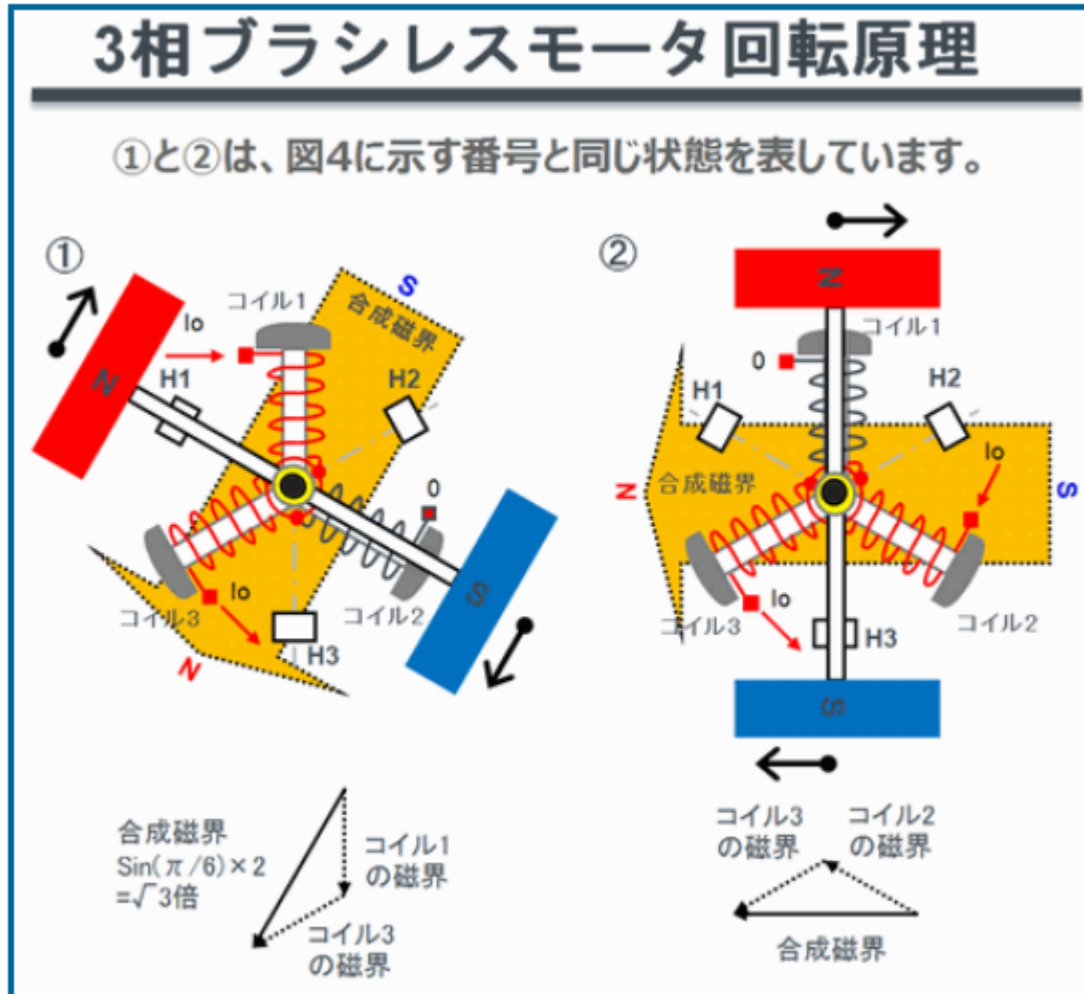
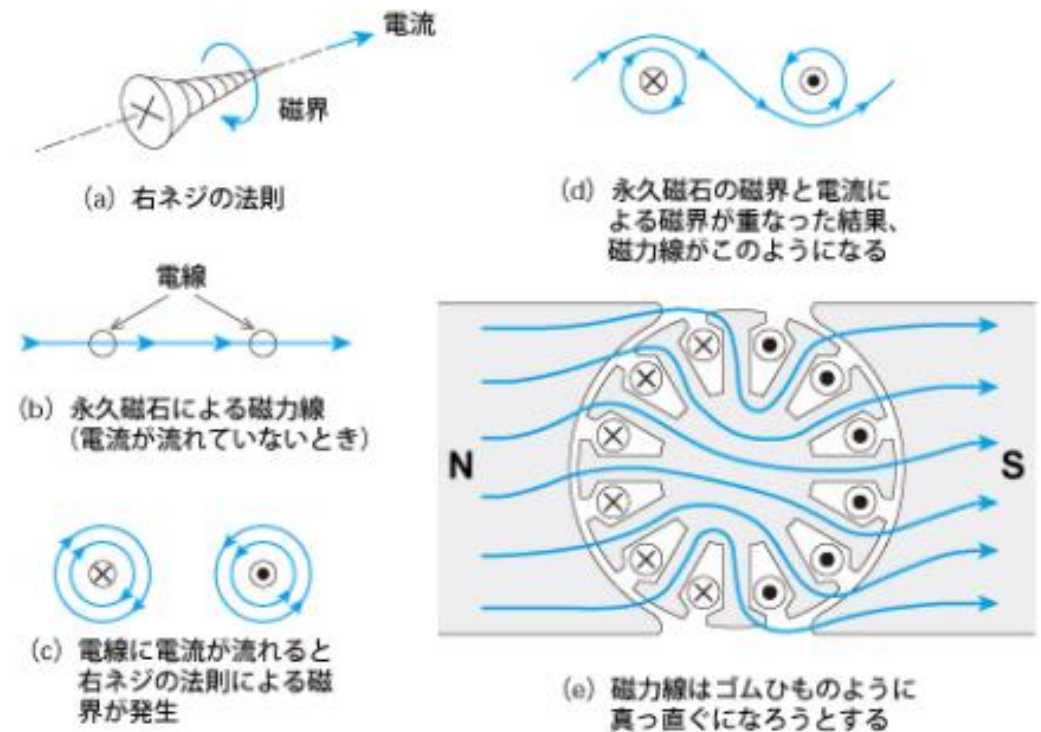


図5 コイル駆動タイミングと回転子（磁石）の位置関係（クリックで拡大）



DCブラシレスモータは、モータを知るうえで基本です

モータ解析 -モータ特性-

参照) <https://ednJapan.com/edn/series/1859/>

<https://www.nidec.com/jp/technology/motor/basic/>

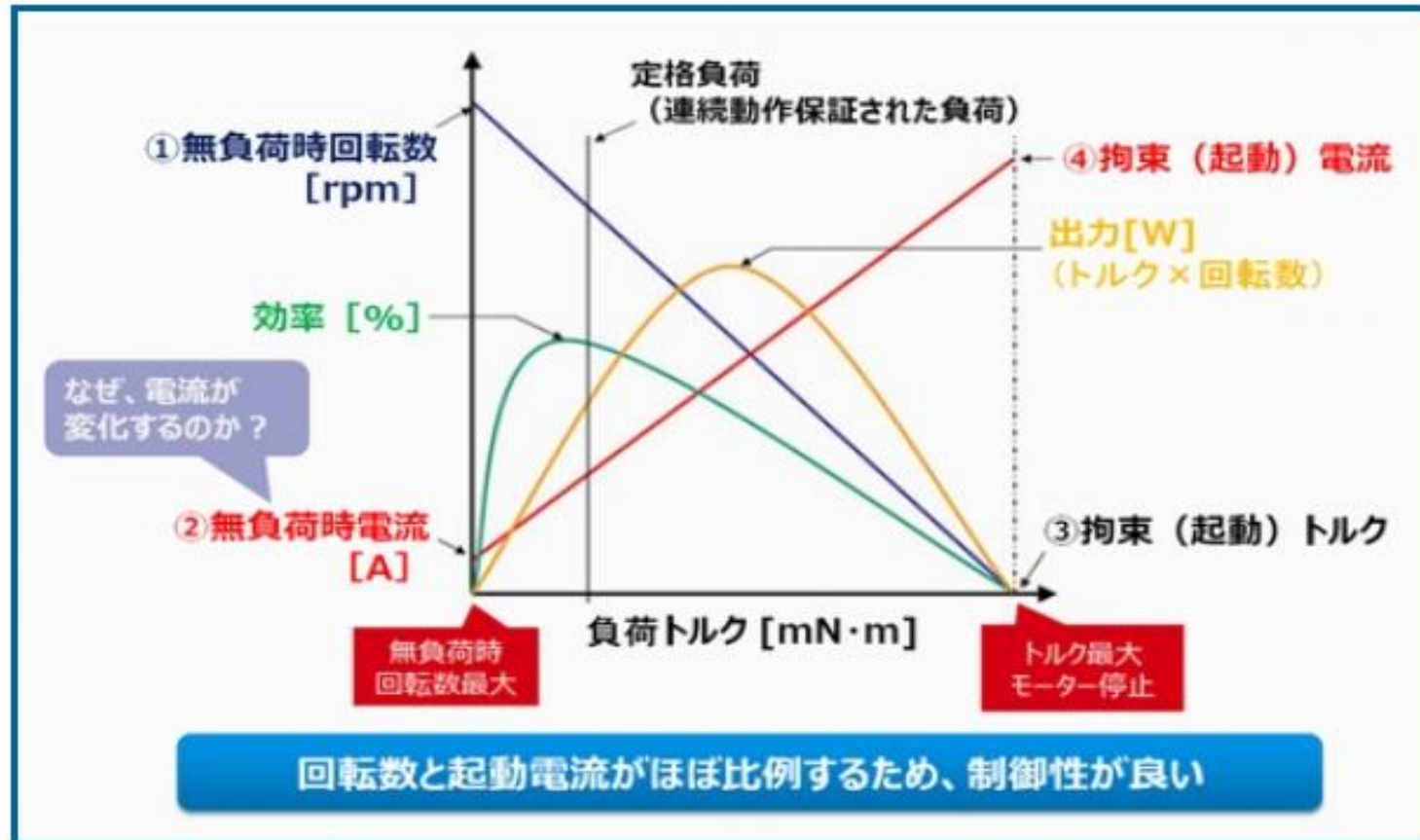


図1：DCモーターの性能線図（定電圧印加時）

目標とするトルク・回転数・電流等得られるか、モータ特性から判断します

モータ解析 –トルク定数–

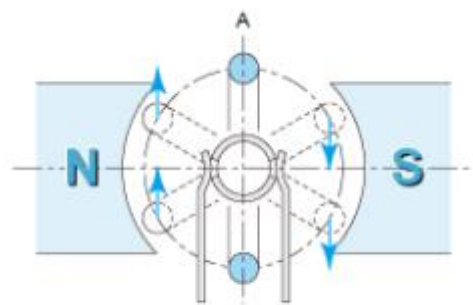


図2.4回転コイルの死点

$$T = K_T I \dots (2.3)$$

I : コイル電流 [A] K_T : トルク定数 [Nm/A]

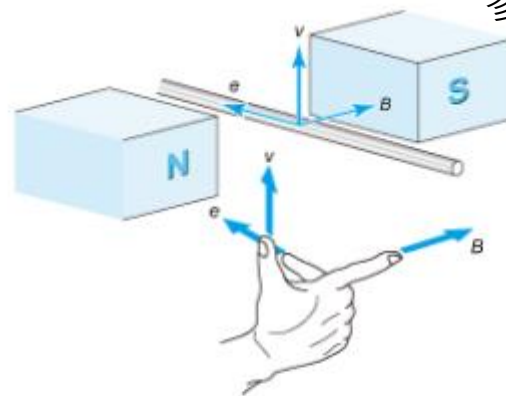


図2.7フレミングの右手の法則

$$e = BLv \dots (2.5)$$

e : 発生電圧、逆起電力 [V] B : 磁束密度 [T]
 L : 磁界中の電線長 [m] v : 速度 [m/s]

参照) <https://ednjapan.com/edn/series/1859/>

<https://www.nidec.com/jp/technology/motor/basic/>

$$e = K_E \omega \dots (2.7)$$

e : ここではモータ端子に現れる発生電圧 (逆起電力)
[V]

K_E : 逆起電力定数 [Vs/rad]

ω : 回転速度 [rad/s]

それは、簡単にいえばモータとは、電気-機械間の双方向エネルギー変換器であるという意味なのです。

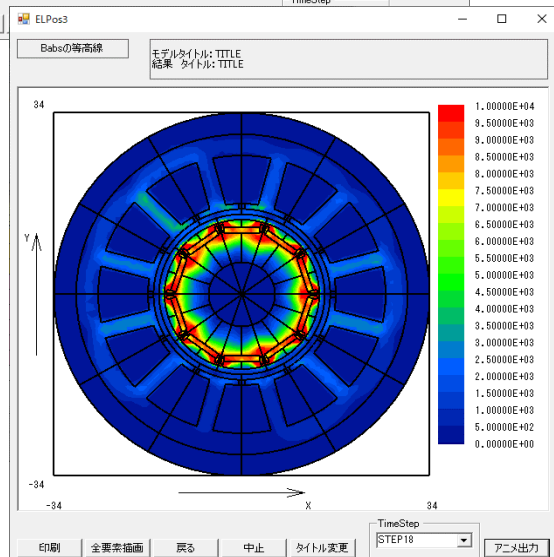
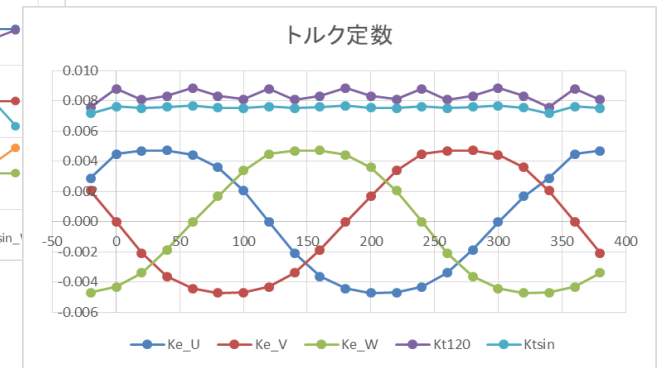
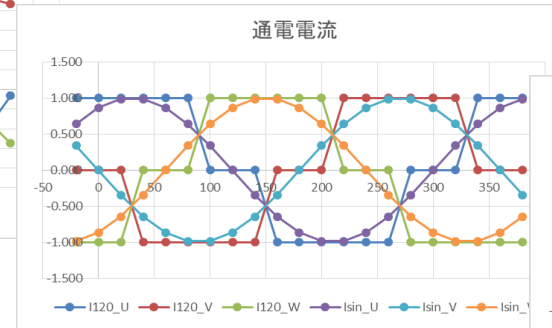
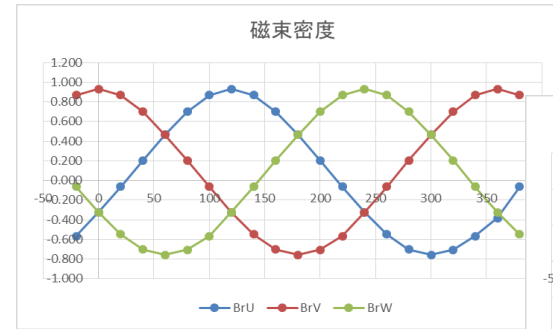
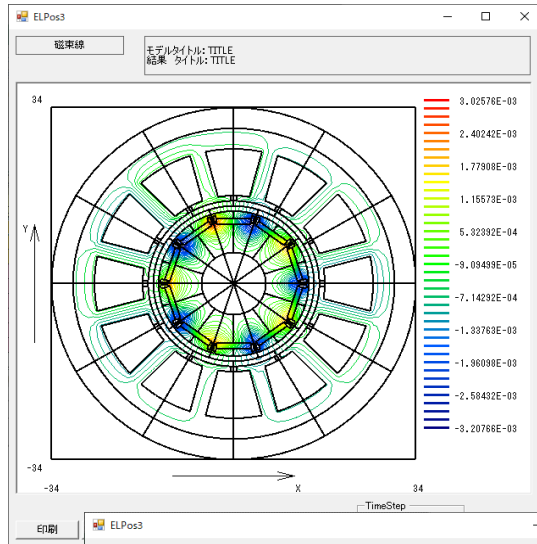
$$K_T = K_E$$

そして、エネルギー変換を「電気-機械」の方向で見たのがフレミング左手の法則で、その変換係数が K_T であると解釈できます。

一方、「機械-電気」の方向で見たのがフレミングの右手の法則で、その変換係数が K_E になるというわけです。

トルク定数が分かるとモータ特性が得られます

モータ解析 –トルク定数の算出–

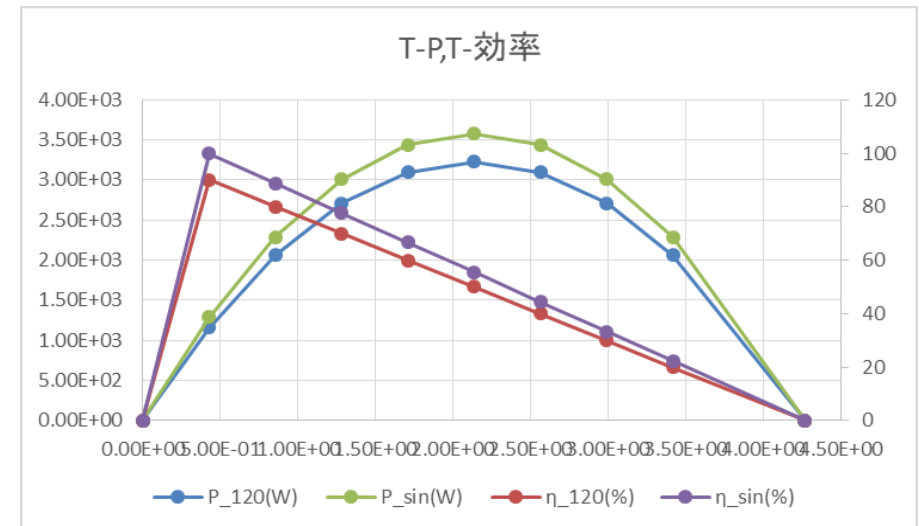
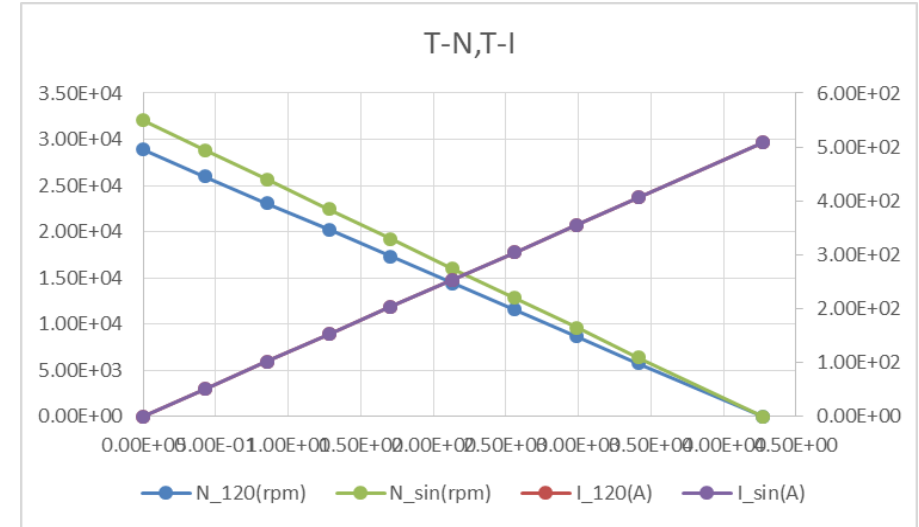


- 各相の鎖交磁束密度を算出
- 時間変化から誘起電圧定数を算出
- SIN通電と120度通電の電流波形を設定
- 単位電流時のトルク変動を算出
- 平均してトルク定数を算出

シミュレーションによりトルク定数を算出します

モータ解析 – 静特性の算出 –

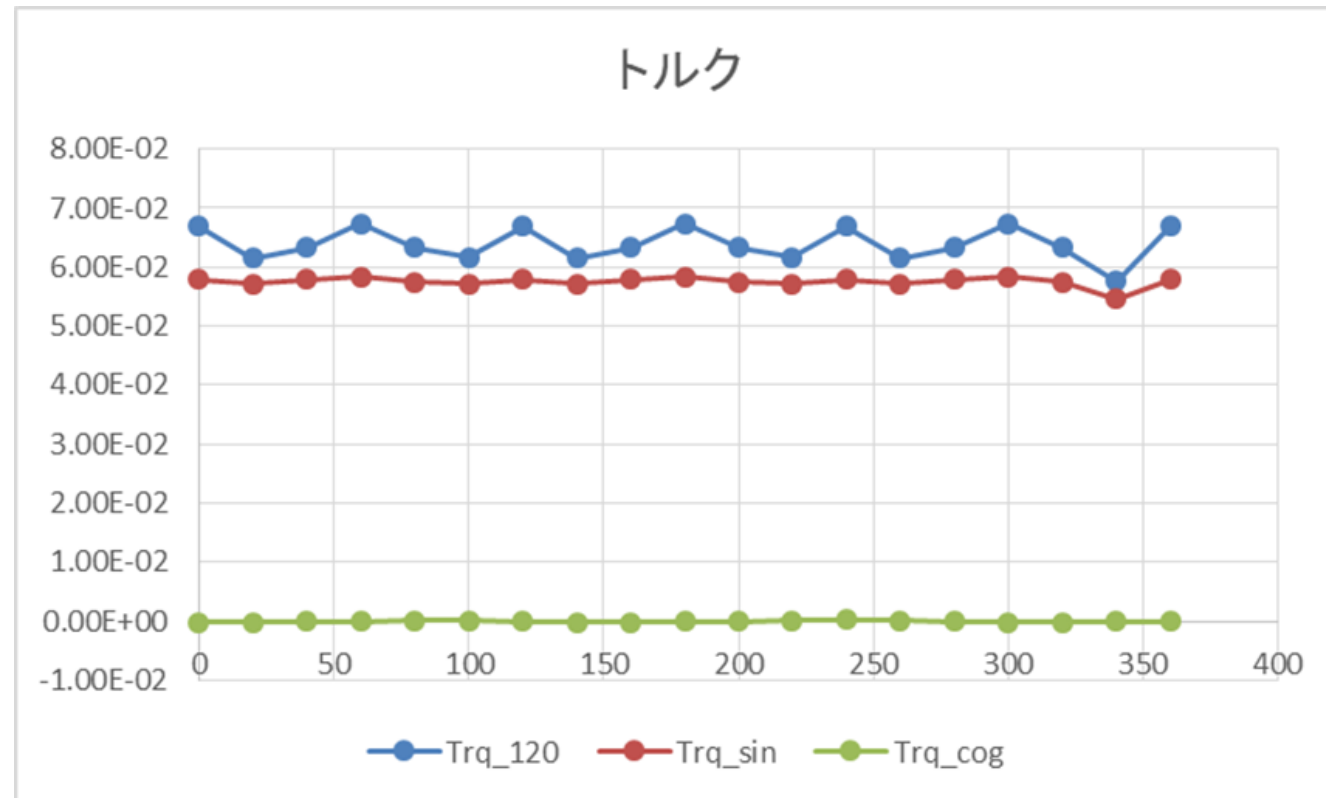
	B	C	D	E	F	G
4	◇モータ条件					
5	極数P	10				
6	スロット数Nslot	12				
7	モデル角度Mdeg(deg)	360				
8	ディース巾TW(mm)	3				
9	積厚TH(mm)	16				
10	巻き数/スロットNturn	26				
11	コイル並列数	2				
12						
13	◇トルク定数	120度通電	sin通電			
14	トルク定数Kt(Nm/A)	8.40E-03	7.57E-03			
15	誘起電圧定数Ke(V/rpm)	8.80E-04	7.93E-04			
16						
17	◇駆動条件	オプション				
18	起動電圧Vs(volt)	25.4	電圧ドロップ分Vd(volt)	0		
19	コイル抵抗Rm(Ω)	0.05	抵抗増加分Rd(Ω)	0		
20	駆動電流(A)	7.6	粘性負荷Tn(Nm)	0		
21	位相シフト(deg)	0	固定負荷TI(Nm)	0		
22						
23	◇静特性	120度通電	sin通電			
24	無負荷時回転数N0(rpm)	2.89E+04	3.20E+04	$\leq (k_t * (V_s - V_d) / (R_m + R_d) - T_l) / (T_n + k_t * k_e / (R_m + R_d))$		
25	無負荷時電流I0(A)	0.00E+00	0.00E+00	$\leq ((V_s - V_d) - K_e * N_0) / (R_m + R_d)$		
26	拘束(起動)電流Is(A)	5.08E+02	5.08E+02	$\leq (V_s - V_d) / (R_m + R_d)$		
27	拘束(起動)トルクTs(Nm)	4.27E+00	3.84E+00	$\leq (K_t * (V_s - V_d)) / (R_m + R_d) - T_l$		
28						



シミュレーションにより静特性を算出します(モータ特性版)

モータ解析 –コギングトルクの算出–

◇駆動条件		オプション	
起動電圧Vs(volt)	25.4	電圧ドロップ分Vd(volt)	0
コイル抵抗Rm(Ω)	0.05	抵抗増加分Rd(Ω)	0
駆動電流(A)	7.6	粘性負荷Tn(Nm)	0
位相シフト(deg)	0	固定負荷TI(Nm)	0

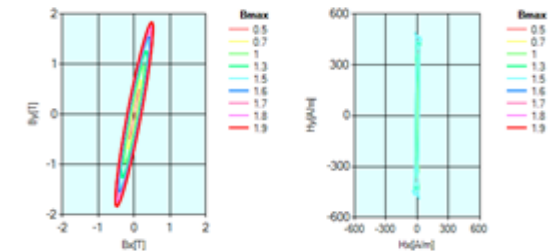
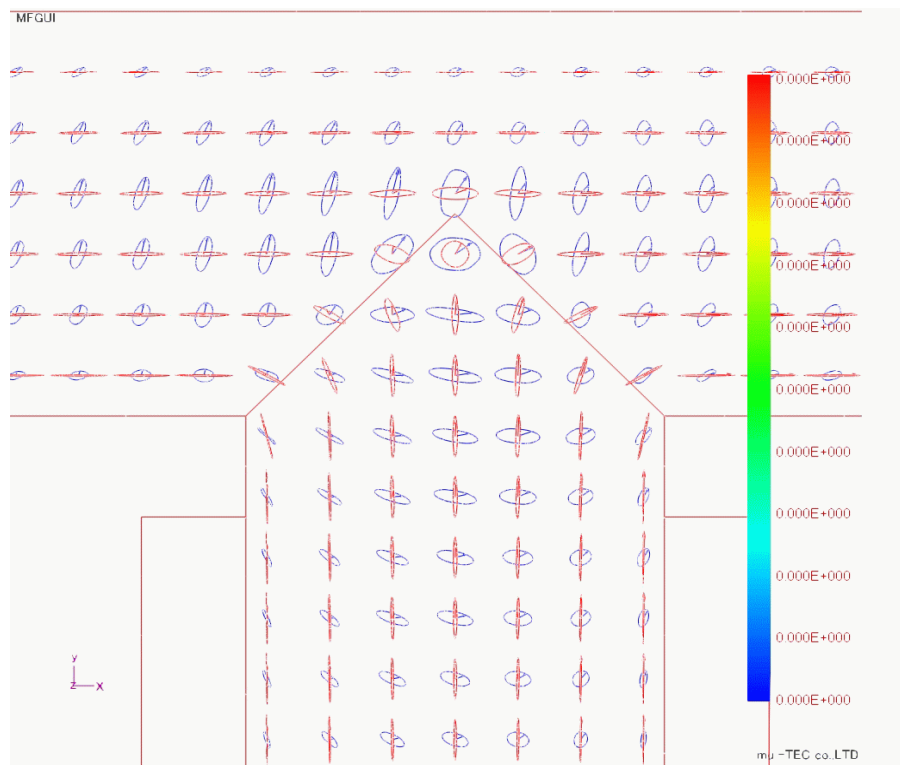


シミュレーションによりコギングトルクを算出します(モータ特性版)

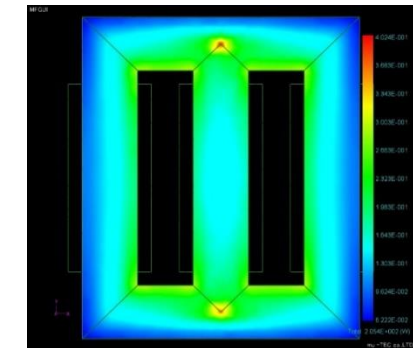
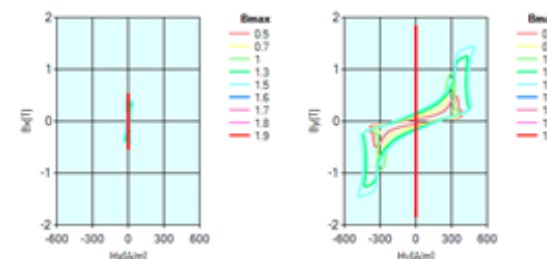
モータ解析 –ベクトル磁気特性–

モータや変圧器の内部に
回転磁束が発生します

そこで回転磁束を測定します
(メトロン技研社製)



測定された特性で計算
ヒステリシスカーブも鉄損も正確
です



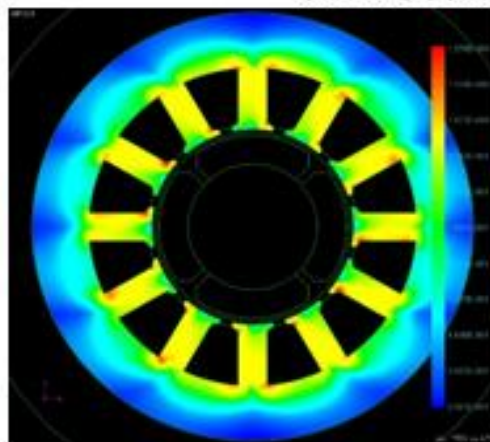
シミュレーションにより鉄損を算出します(ベクトル磁気特性解析 μ -E&S)

モータ解析 —従来法との比較—

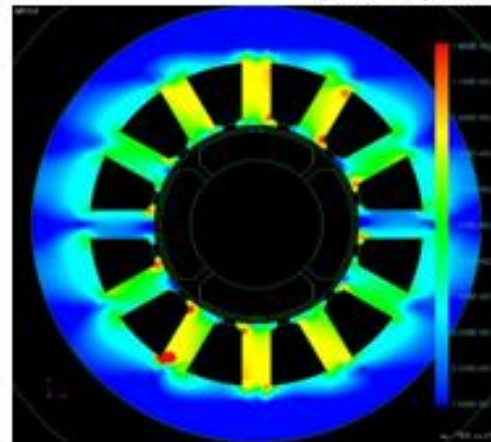
新解法

ベクトル解析

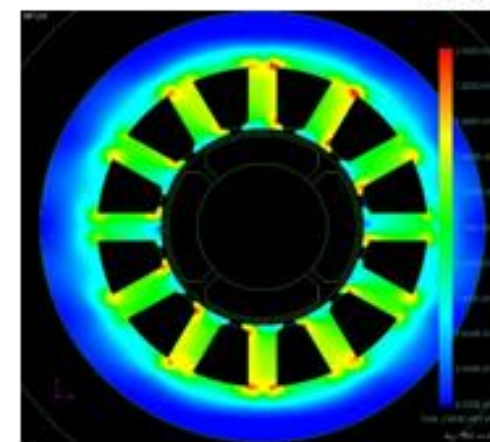
最大磁束密度



最大磁界強度



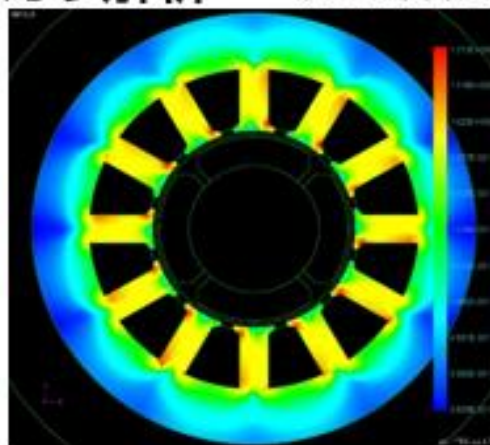
鉄損



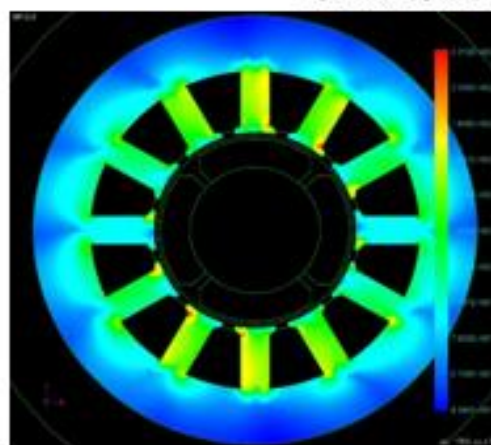
従来法

スカラー解析

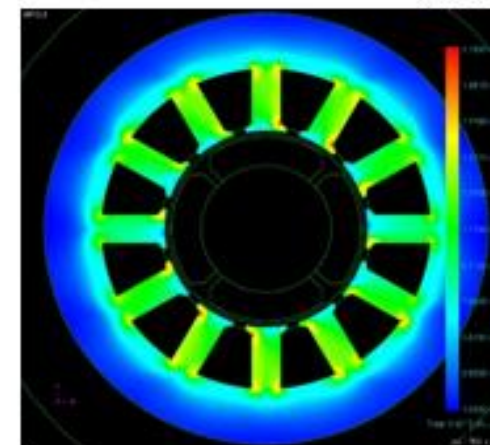
最大磁束密度



最大磁界強度



鉄損



従来法では得られない鉄損分布を算出します(ベクトル磁気特性解析 μ -E&S)

その他の解析

μ -EXCELは簡単・速い初期判定用解析ソフト、サブスクサービスでは、月定額で様々なシリーズを使い放題、月単位のお申し込みでご利用できます、いくつかの解析例をご覧ください

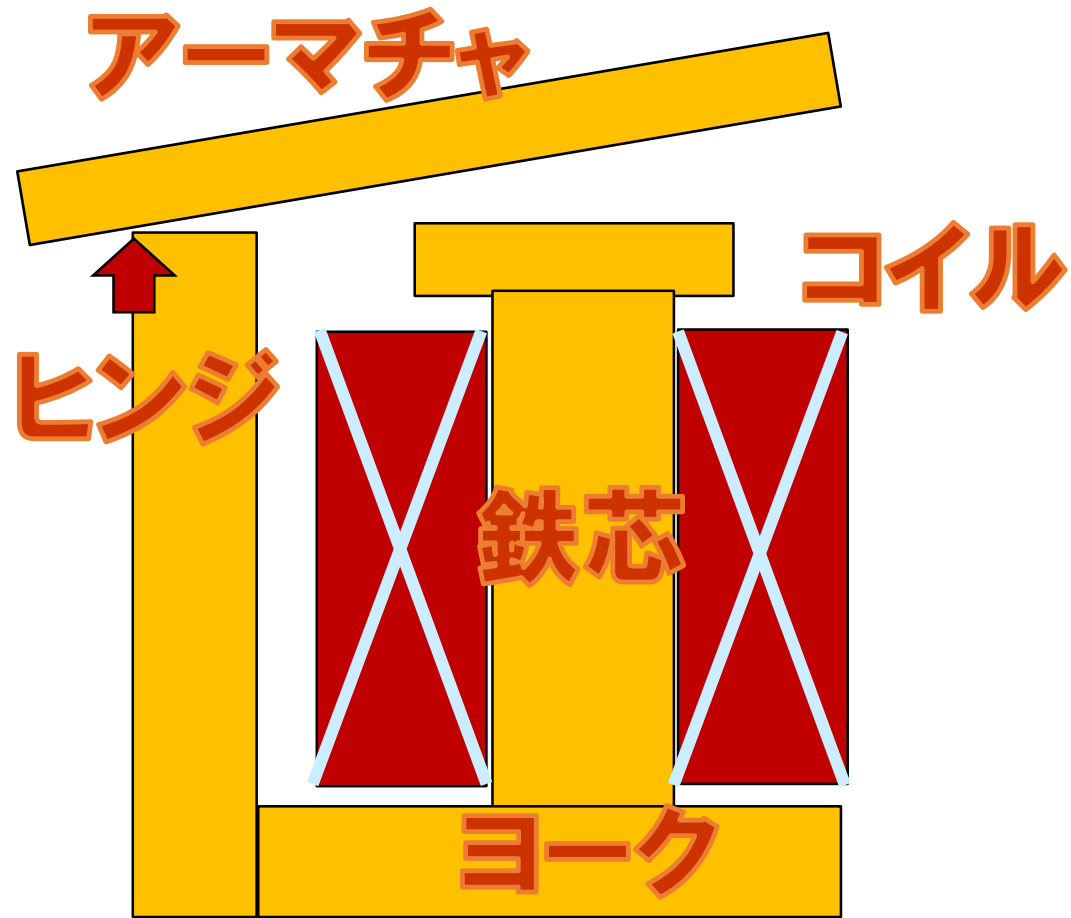
その他の解析



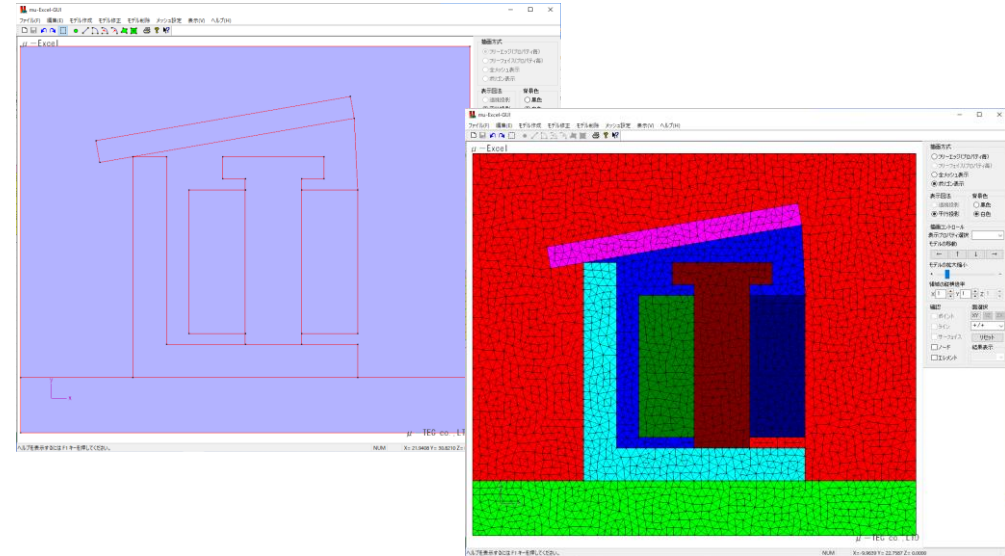
月額9,800円

その他の解析

-EX電磁力版-



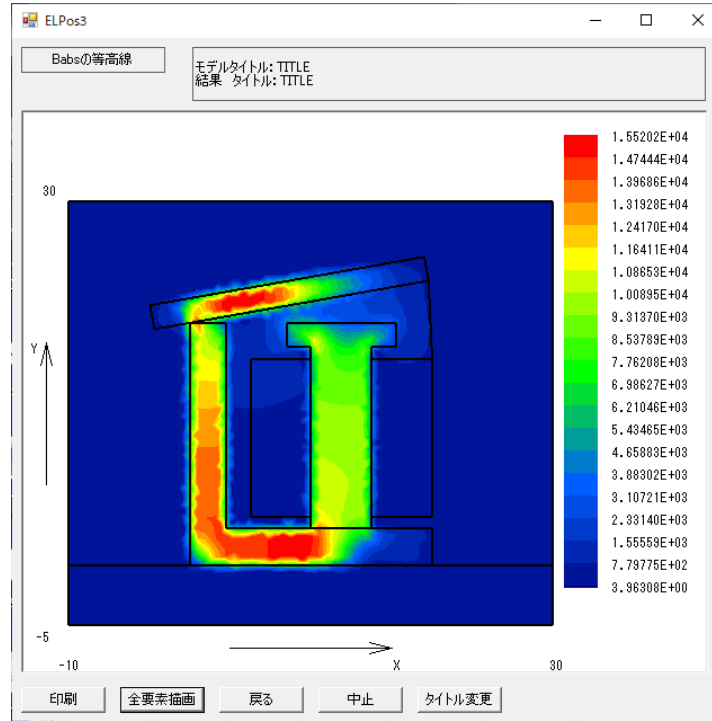
リレーモデルです
コイルに通電し
アーマチャの吸引力と
鉄芯の飽和を確認します



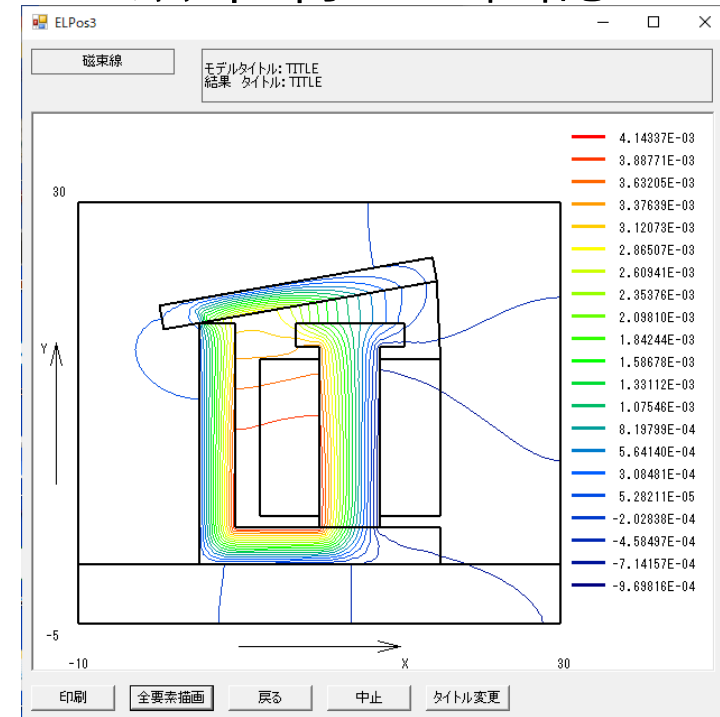
ヒンジ周りのトルクを求めます

その他の解析 -EX電磁力版-

磁束密度は最大15000ガウスで、まだ飽和はしていない事がわかりました



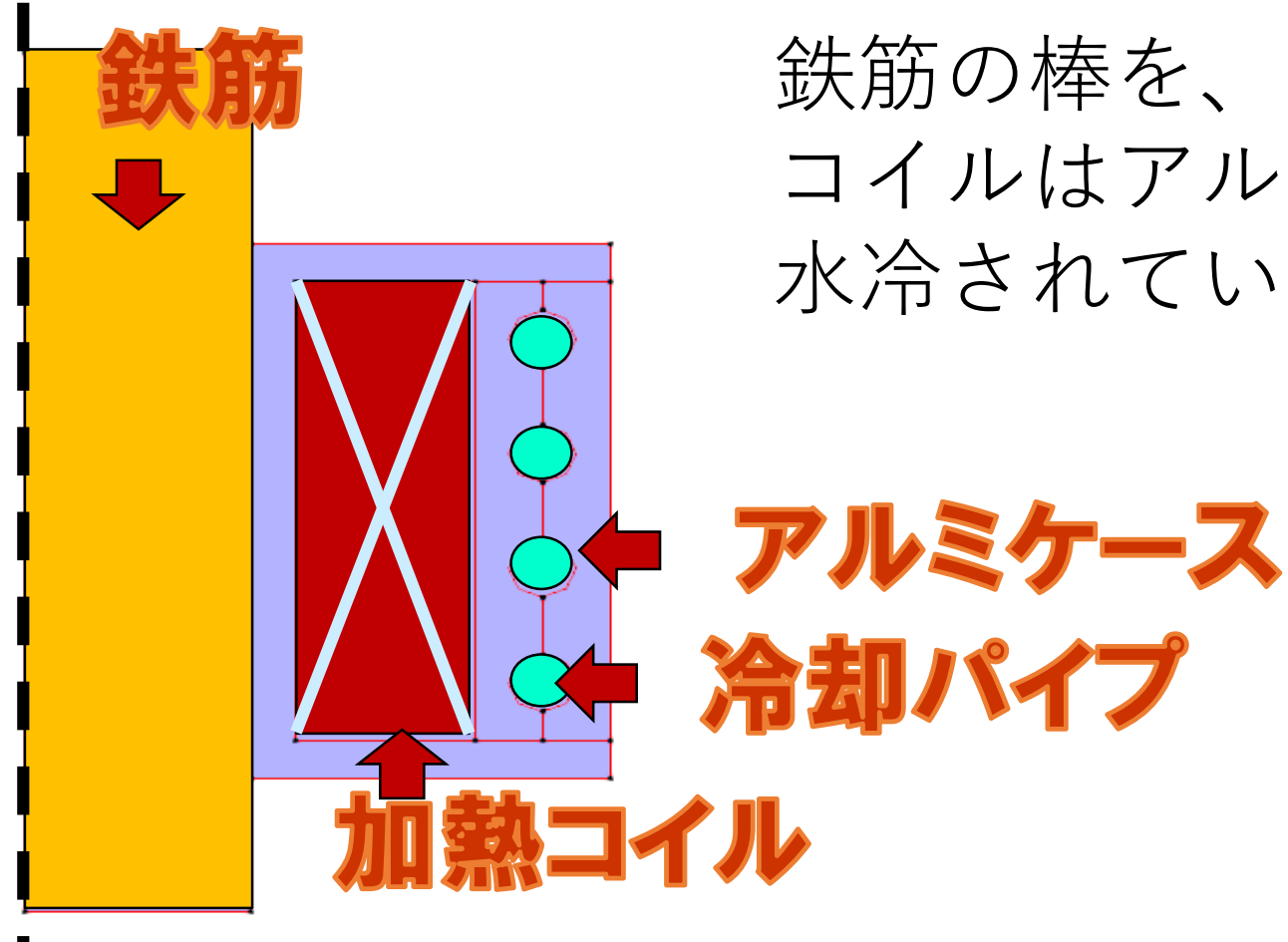
磁束線を確認



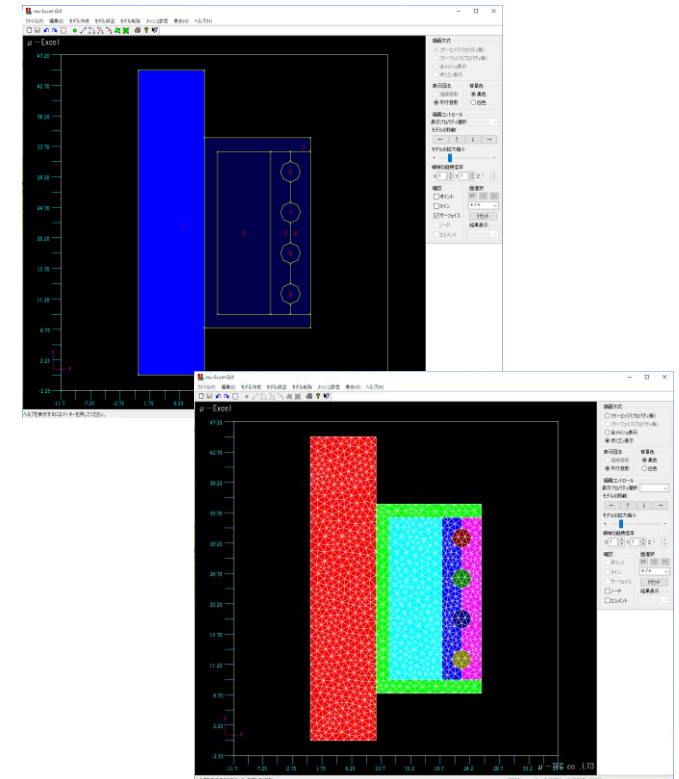
XY方向の力とヒンジ周りのトルクが出ます

アーマチャの角度を変えて計算を繰り返します

その他の解析 -EX熱伝導版-



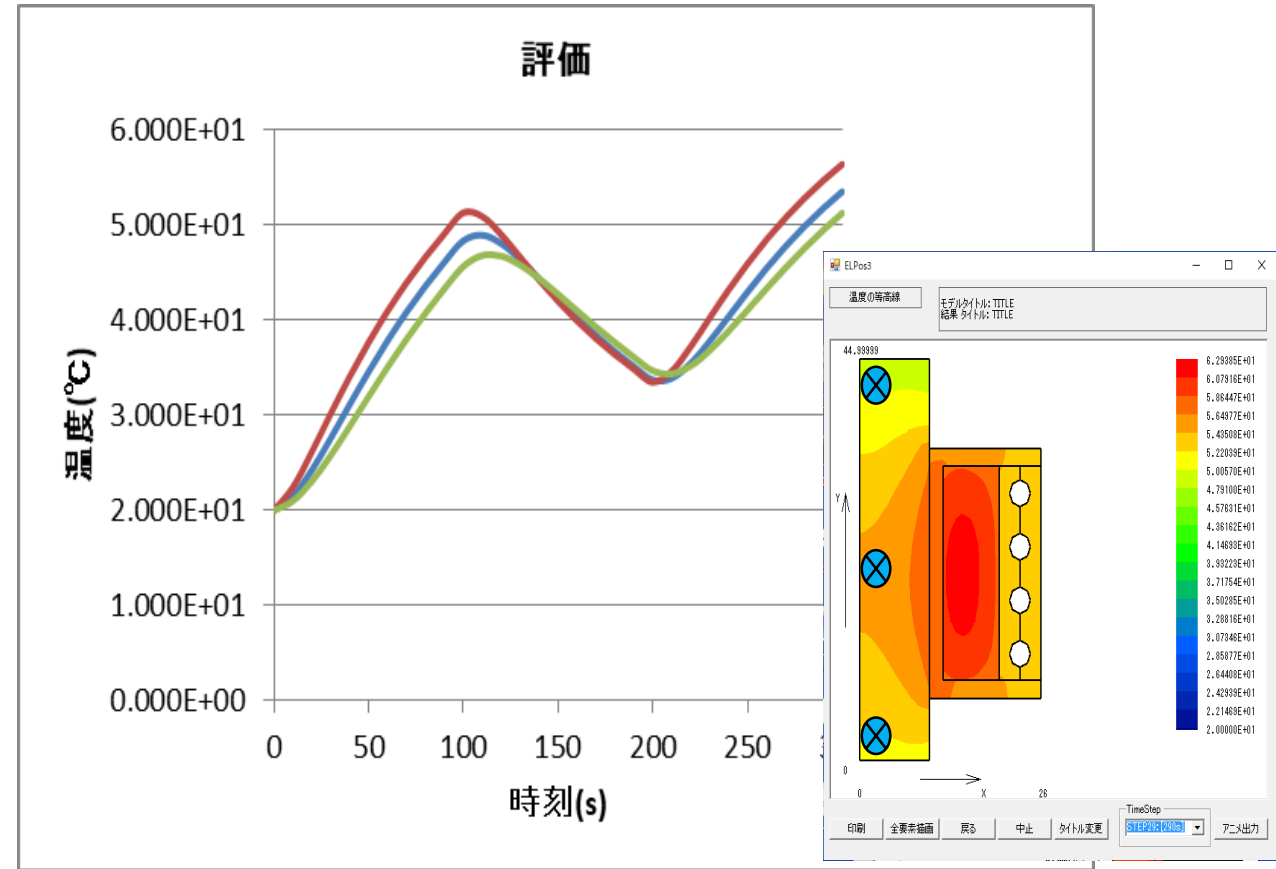
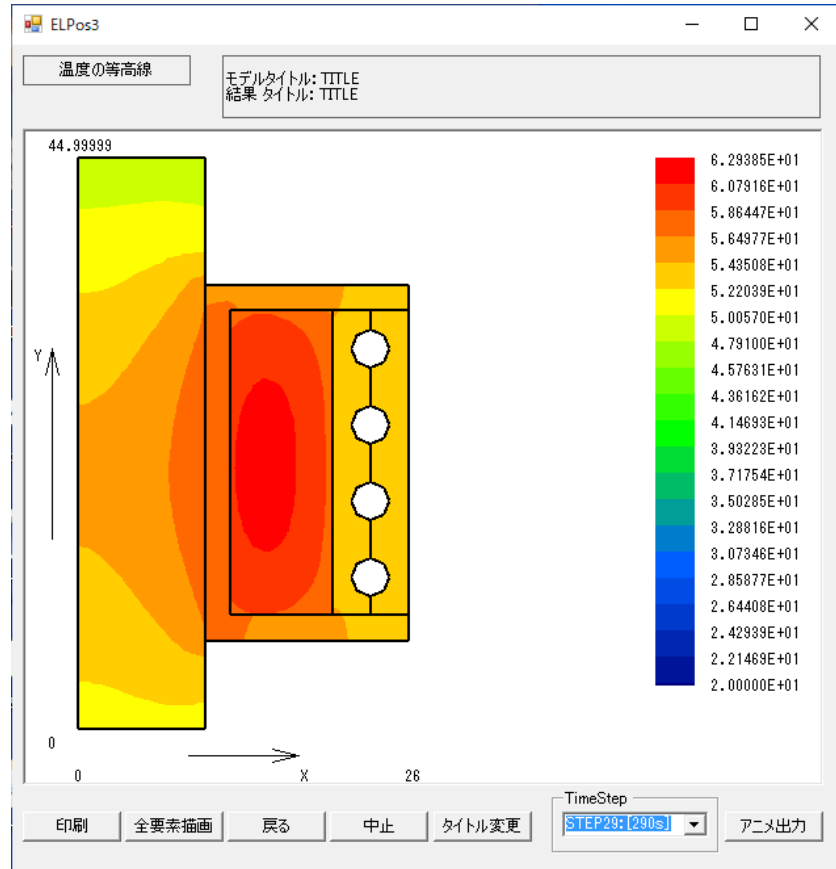
鉄筋の棒を、コイルで加熱します
コイルはアルミケースにセットされ
水冷されています



冷却水の流速は熱伝達率で近似します

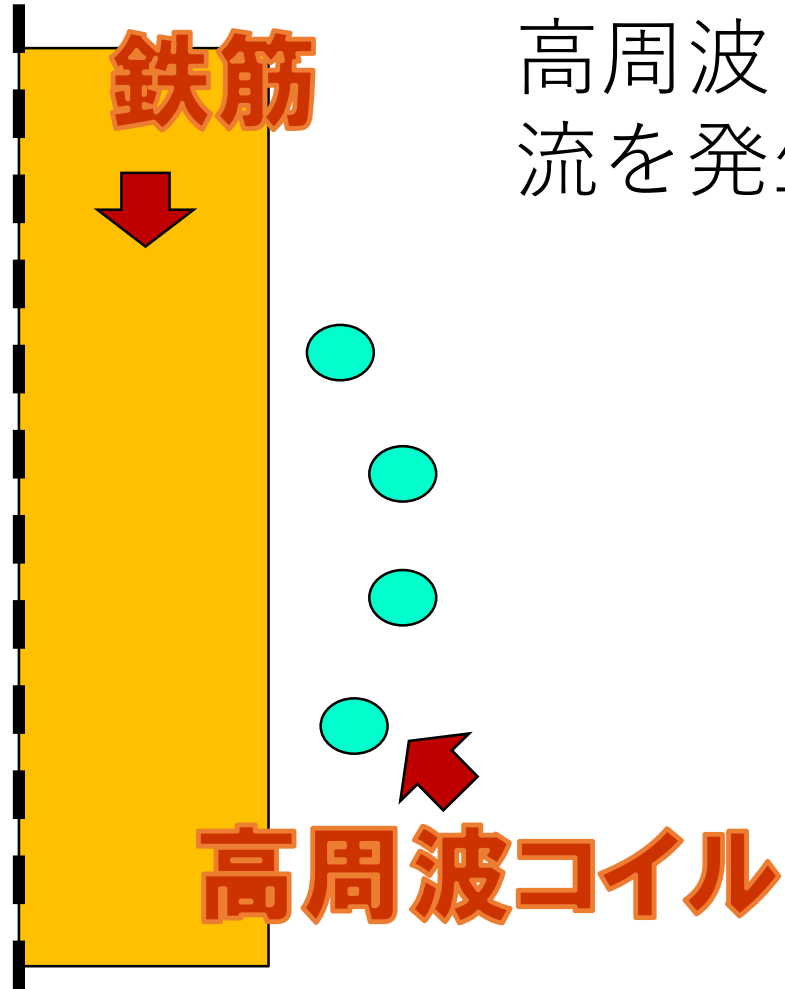
その他の解析 -EX熱伝導版-

アニメーションや評価点温度履歴で評価します

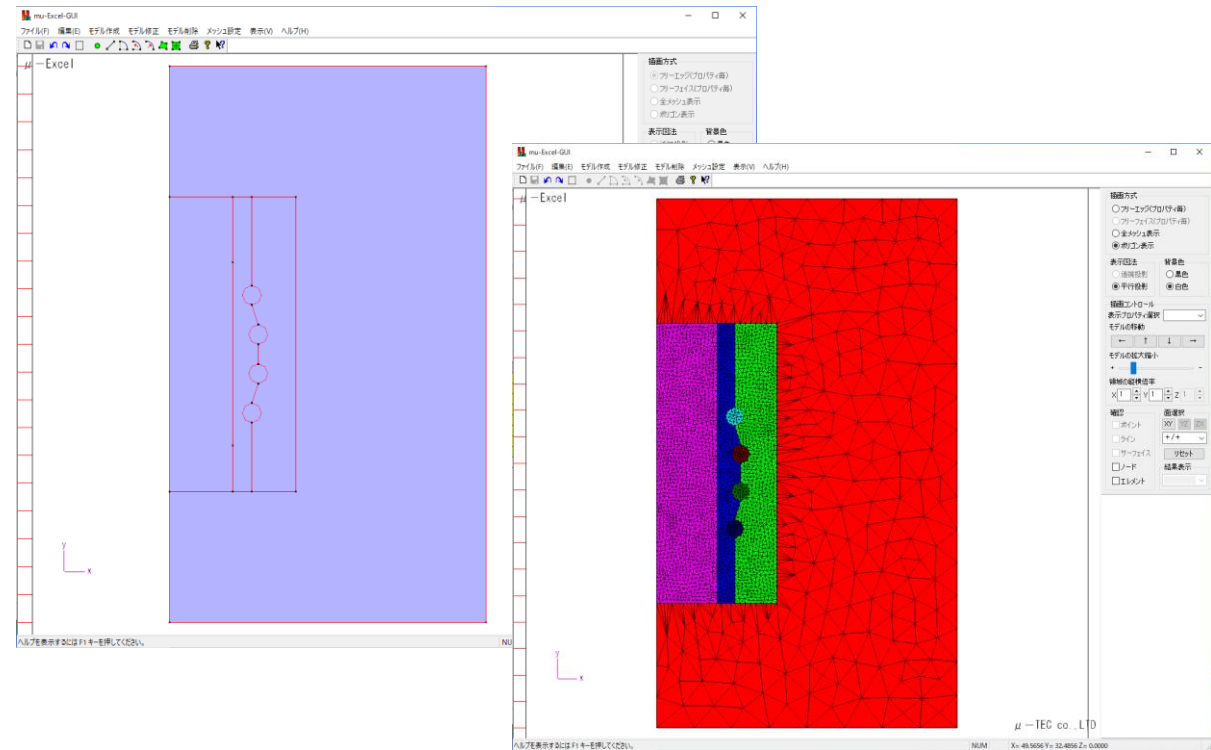


時間ステップ分の計算をします

その他の解析 -EX誘導加熱版-



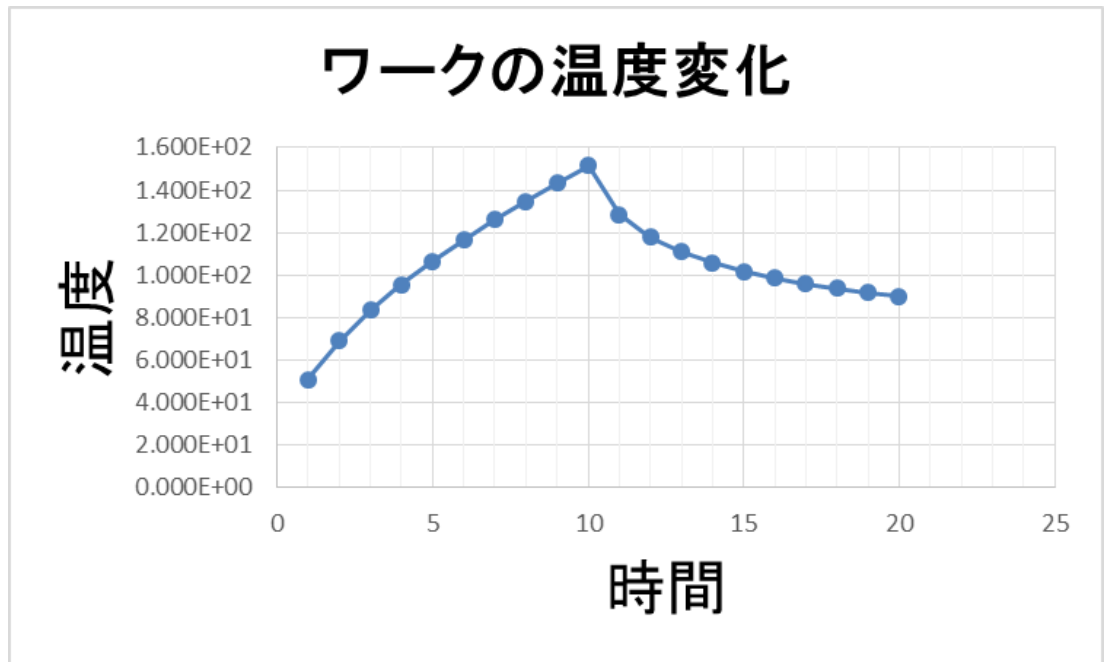
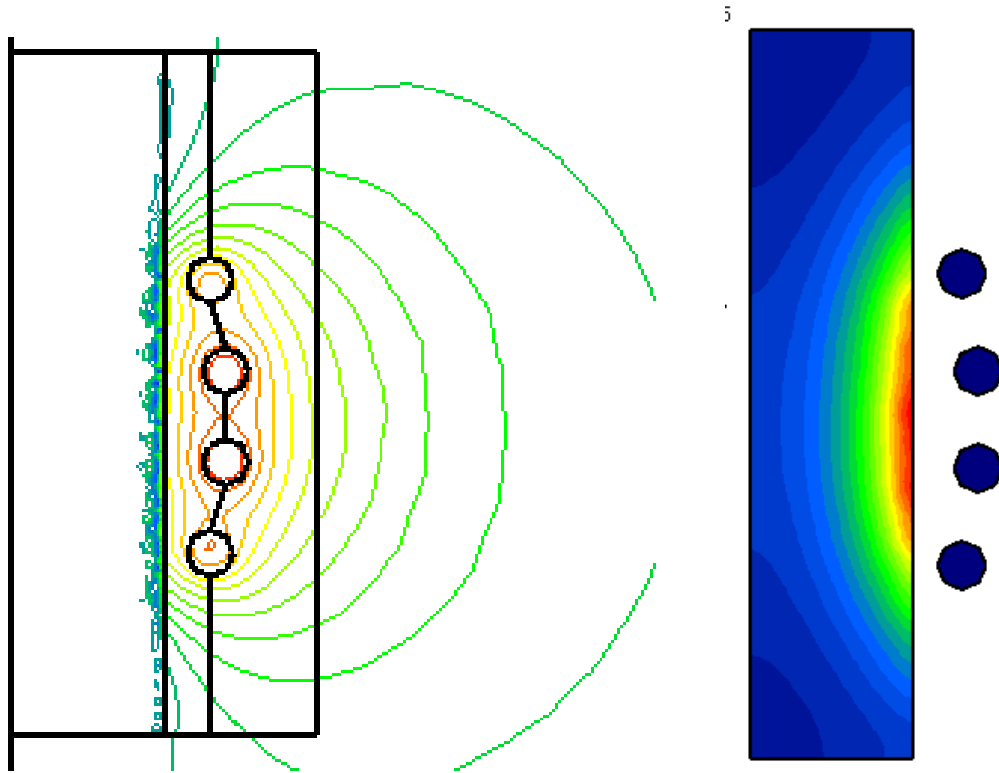
高周波コイルでワーク（鉄筋）に渦電流を発生させ、ワークを加熱します



冷却水の流速は熱伝達率で近似します

その他の解析 -EX誘導加熱版-

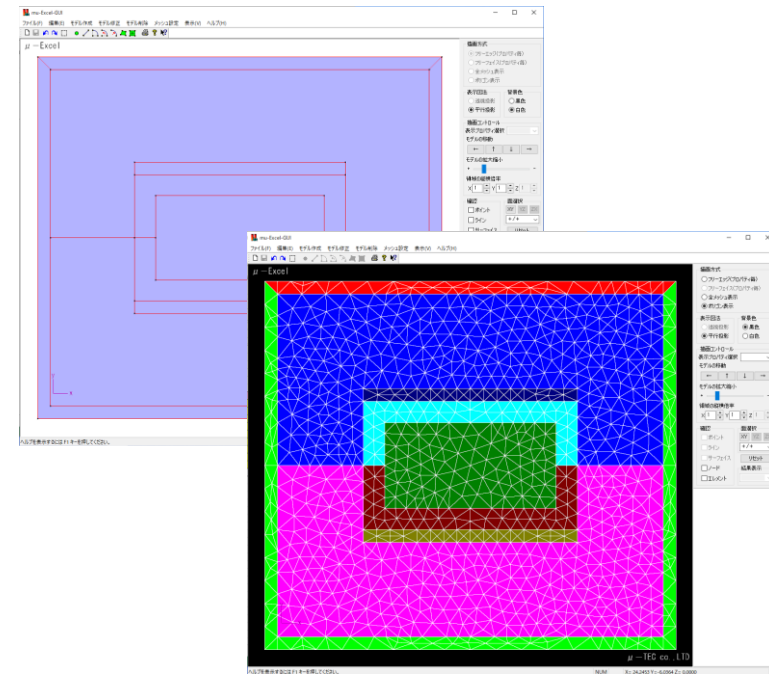
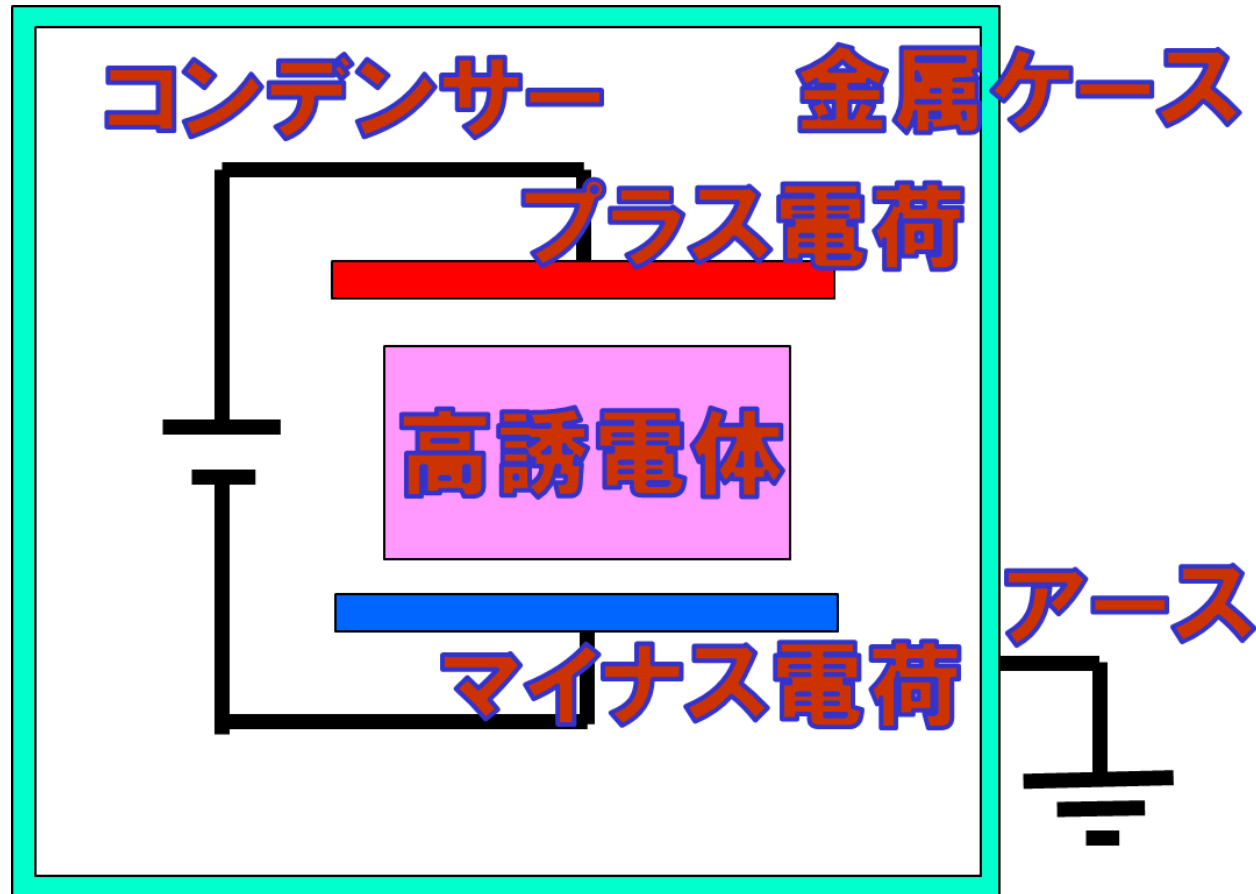
例では、1秒後に140℃まで上がりその後、冷却が始まっています



コイルのON/OFFが設定できます

その他の解析 -EX静電場版-

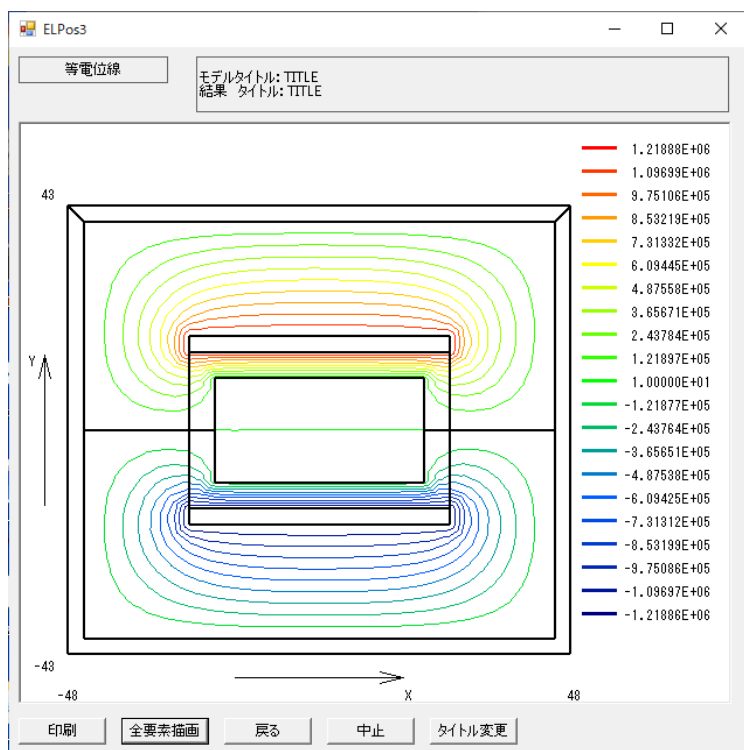
金属ケース（グランド）内の、コンデンサー電場分布



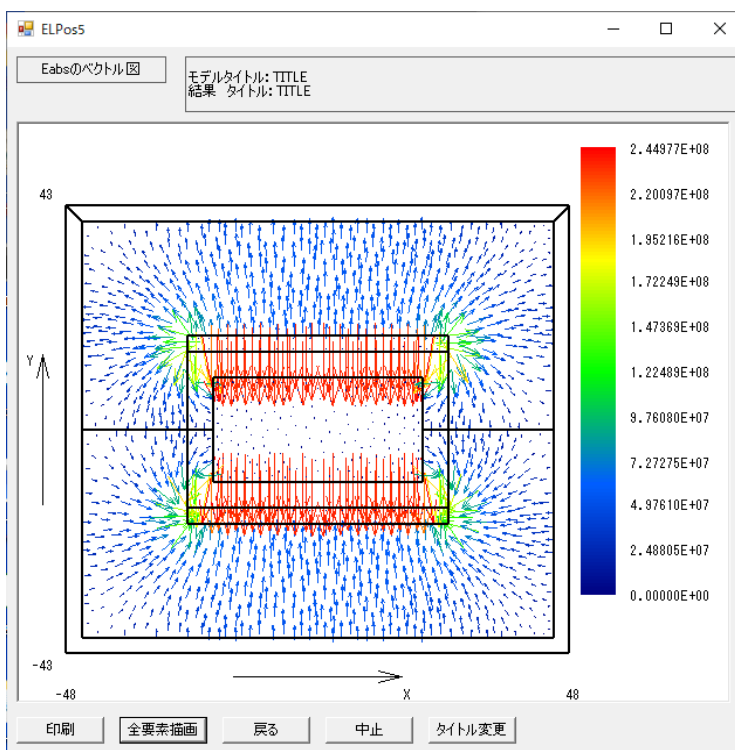
電位固定、電荷を設定できます

その他の解析 -EX静電場版-

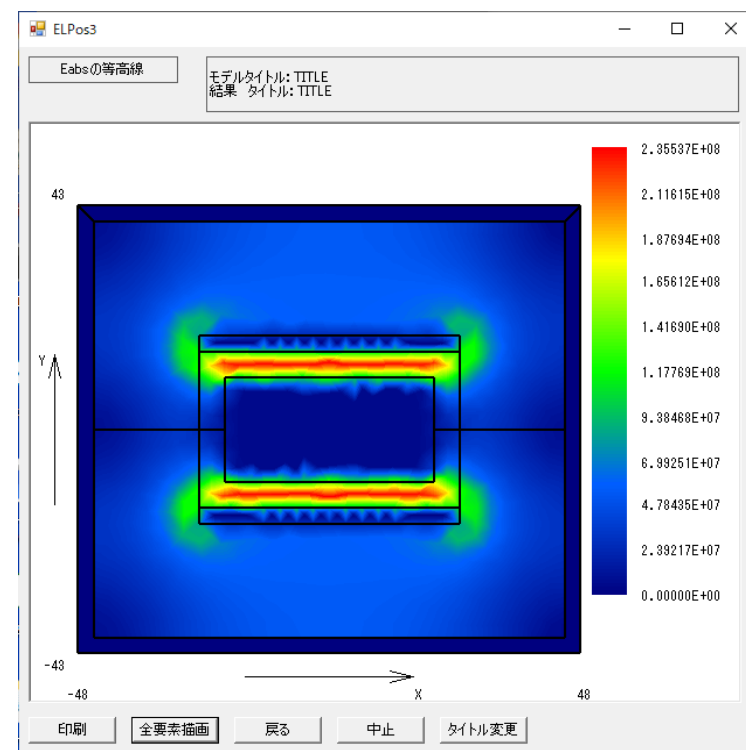
等電位線



電場ベクトル



電場コンタ



高誘電体の中は、ほとんど電位勾配が無い事がわかります